

Sinüs 1°'yi Yaklaşık Belirleme Hakkındaki İki Kayıp Risaleyi Ali Kuşçu'nun Şerh-i Zîc-i Sultânî'si Üzerinden İnşa Etmek*

Fateme Savadi**

Çev. Elmin Aliyev***

Öz: Orta Çağ'da sinüs 1°'yi yaklaşık belirlemedeki kesinlik, İranlı matematikçi ve astronom Gıyâseddin Cemşîd el-Kâşî'nin (ö. 832/1429) ve onun hamiliğini üstlenen, Mâverâünnehir'in Timurlu hükümdarı, matematik ve astronomi bilgini Uluğ Bey'in (ö. 853/1449) çalışmalarıyla zirveye ulaşmıştır. Bu iki düşünürün eserleri, Uluğ Bey tarafından kurulan ve Orta Çağ'ın en kesin astronomi cetveli *Zîc-i Sultânî*'yi nihai bir ürün olarak ortaya koyan Semerkant Rasathanesi'nin aktif olduğu dönemlerde kaleme alınmıştır. Sinüs 1°'yi yaklaşık belirlemeye dair söz konusu risaleler günümüze intikal etmemiştir. Bununla birlikte bahsi geçen rasathanedeki meslektaşlarının çalışmaları, daha doğrusu Kadızâde Rûmî (ö. 844/1441 sonrası) tarafından Kâşî'nin risalesine yazılan ıslah (*recension*) ve Ali Kuşçu'nun (ö. 879/1474) *Zîc-i Sultânî* şerhi sayesinde Kâşî ve Uluğ Bey'in başvurduğu yöntemlerden haberdar olabiliyoruz. Kadızâde'nin risalesinin aksine Ali Kuşçu şerhinin, bilim tarihçileri nezdinde hak ettiği ilgiyi gördüğü söylenemez. Bu nedenledir ki Ali Kuşçu şerhinde 'Uluğ Bey'in burhan yöntemi' başlığı altında sunulan bilgilerin aslında Kâşî ve Uluğ Bey'in yaklaşık belirleme yöntemlerinin bir sentezi olduğu fark edilememiştir. Bu makale; Ali Kuşçu şerhinin ilgili pasajlarının tahkik ve çevirisini sunmak, bu iki düşünürün yöntemlerini birbirinden ayırtmak ve söz konusu yöntemleri modern matematiksel notasyonla ifade etmek suretiyle mevcut boşluğu doldurulmasını amaçlamaktadır.

Anahtar Kelimeler: Geç Orta Çağ matematiği, Semerkant Rasathanesi, astronomik tablolar, kesinlik, yaklaşık belirleme, üçüncü dereceden denklemler, sayısal çözüm, sabit nokta yinelemesi.

* Bu makalenin geliştirilmesine yönelik yapıcı önerileri için anonim hakemlere teşekkür ederim. Araştırmanın her safhasında cömert yardım ve desteğini esirgemeyen Sajjad Nikfahm-Khubravan'a, makalenin çeşitli yinelemeleri hakkında çok değerli geri bildirimlerde bulunan Osama Eshera'ya ve bu araştırma için gerekli bazı yazmaların edinilmesine yardımcı olan Hasan Umut'a müteşekkirim.

** Dr., Araştırma Görevlisi, McGill Üniversitesi.

*** Dr. Öğr. Üyesi, İstanbul Medeniyet Üniversitesi, Bilim Tarihi Enstitüsü.

Giriş

Antik ve Orta Çağ matematikçileri, irrasyonel sayılarla uğraşırken, sonuçlardaki kesinliği artırmak amacıyla yeni yaklaşık belirleme algoritmaları icat etmiş ve mevcut olanlarda değişiklik yapmışlardır. Mesela Batlamyus (ö. MS 170 civarı), *Almagest* I.11'de daha kesin bir kirişler tablosu oluşturmak adına $1/2^\circ$ kirişi için daha kesin bir yaklaşık belirleme arayışına girmiştir. Yarıçapı 60 olan bir dairenin (yani altmışlık sayı sistemindeki birim dairenin) kirişlerinin $1/2^\circ$ 'den başlayarak 180° 'ye kadar, $1/2^\circ$ aralıklarla iki altmışlık basamağa kadar kesin hesabını yapmıştır. Batlamyus'un kirişler tablosu, kirişleri $7 \cdot 1/2^\circ$ aralıklarla tablolaştırıp bir altmışlık basamağa kadar kesin hesaplayan selefi Hipparchus'un (ö. MÖ 120 civarı) tablosundan önemli ölçüde daha kesinti.

Batlamyus, kirişler tablosunu oluşturmak için, kirişleri iç içe geçmiş düzgün çokgenlerin kenarlarına karşılık gelen ve kolayca hesaplanabilen yaylardan başlar. Daha sonra bunlara çeşitli teoremler uygular ve $1 \cdot 1/2^\circ$ aralıklarla kirişler tablosunu oluştuncaya kadar onların bütün, fark, yarım ve toplamalarının kirişlerini hesaplar. Ancak Batlamyus tabloyu $1/2^\circ$ aralıklarla oluşturmayı amaçlıyordu, bu nedenle de verilen iki kirişin toplamı teoremine başvurarak her $1 \cdot 1/2^\circ$ aralıkta iki kiriş daha belirlemek zorundaydı. Dolayısıyla $1 \cdot 1/2^\circ$ 'nin üçte biri olan $1/2^\circ$ kirişini belirlemesi gerekiyordu. Halbuki o, kirişi verilen bir yayın üçte biri olan başka bir yayın kirişinin "geometrik yöntemlerle" belirlemenin imkânsız olduğunu biliyordu.¹ Bunun kökleri, sadece bir pergel ve işaretlenmemiş cetvel kullanarak bir açıyı bölmeye yönelik eski ünlü problem kadar uzanır. Her iki problem de Öklid geometrisi ile çözülemeyecek türden kübik bir denkleme indirgenebilir (birkaç yay veya açı hariç). Böylece Batlamyus, $1/2^\circ$ kirişini, 1° ve $1 \cdot 1/2^\circ$ kirişlerine fark teoremini uygulayarak hesaplamaya karar vermiştir. Bunun için, yine irrasyonel olan 1° kirişinin yaklaşık değerini belirlemesi gerekiyordu. Bu nedenle, "[lemma] genel olarak [kirişlerin] boyutlarını tam olarak belirleyemese de çok küçük miktarlar söz konusu olduğunda, görmezden gelinebilecek kadar küçük bir hata payı ile belirleyebilir" diyerek $1 \cdot 1/2^\circ$ ve $3/4^\circ$ kirişlerini kullanmak suretiyle yaklaşık hesaplama için bir *lemma* oluşturdu.²

Batlamyus'un kirişler tablosu, modern öncesi İslam dünyasındaki matematikçiler tarafından astronomik tablolara dair başucu kitaplarında korunmuş ve geliş-

1 G. J. Toomer, *Ptolemy's Almagest* (Princeton: Princeton University Press, 1998), 54.

2 Toomer, *Ptolemy's Almagest*, 54.

tirilmiştir. *Zîc* adı verilen bu tür kitaplar başlangıçta *Almagest*'in hesaplama bölümlerinden uyarlanmakla birlikte Sinüs, Kosinüs, Tanjant ve Kotanjant gibi eski Hint astronomisinden kaynaklanan tanımları ve hesaplama yöntemlerini de içermiştir.³ Daha da önemlisi, *zîc*ler tüm bu yeni geliştirilen trigonometrik fonksiyonların daha ayrıntılı ve kesin tablolarını içeriyordu. Pratik olmaları hasebiyle sürekli yeni *zîc*ler üretilmiş, böylelikle de yeni hesaplama yöntemleri, yeni gözlemsel veriler veya bu ikisinin bileşimi aracılığıyla kesinliğin arttırılması amaçlanmıştır. Bu makaledeki odak noktamız, *zîc*lerde diğer tüm trigonometrik tabloların dayandığı ve bu nedenle matematikçilerin, yaklaşık belirlemelerini geliştirmek adına ciddiyetle irdeledikleri Sinüs tablosunun temel değeri olan Sinüs 1°'yi yaklaşık belirleme için kullanılan algoritmalarıdır. Bu bağlamda, *zîc*lerdeki Sinüs 1°, *Almagest*'teki $\frac{1}{2}^\circ$ kirişiyle aynı amaca hizmet etmektedir.

Orta Çağ'a ait trigonometrik değerleri içeren en kesin tablolar *Zîc-i Sultânî*'de yer alır. Eser, Mâverâünnehir'in Timurlu hükümdarı olan ve kendisi de bir matematikçi ve astronom olarak bilinen Uluğ Bey (ö. 853/1449) tarafından hazırlanmıştır. Semerkant Rasathanesi'ni inşa ederken Uluğ Bey'in temel amacı, 672/1274'te Merağa Rasathanesi'nde hazırlanan *Zîc-i İlhânî* başta olmak üzere önceki tüm *zîc*lerin eksikliklerinden arınmış, zamanın en kesin *zîc*ini oluşturmaktır. Uluğ Bey'in rasathanedeki çalışma arkadaşlarından Gıyâseddin Cemşîd el-Kâşî (ö. 832/1429), *Zîc-i İlhânî*'nin geliştirilmesi amacıyla 816/1413'te Kaşan'da kaleme alınan *Zîc-i Hâkânî der tekmi'l-i Zîc-i İlhânî*'nin yazarıydı. Geliştirilmesi hedeflenen konulardan biri ise sinüs tablosunun kesinliği idi. Kâşî, sinüs tablosunu 0-90° yaylar için bir kesinalık aralıklarla, üç altmışlık basamağa kadar kesin olarak hesaplamıştır. Bu haliyle onun sinüs tablosu, *Zîc-i İlhânî*'nin 0-89° için bir kesinalık aralıklarla ve 90-179° için bir derecelik aralıklarla hesapladığı sinüs tablosundan daha kesinti. Buna rağmen, ileride de görüleceği üzere, Kâşî'nin tablosu, sinüs tablosunun 0-89° yaylar için bir kesinalık aralıklarla ve dört altmışlık basamağa kadar hesaplandığı *Zîc-i Sultânî*'deki bulgulardan daha az kesinti. Kâşî'nin sinüs tablosu için temel değer olarak kullandığı sin 1°'nin yaklaşık değeri (1;2,49,43,43), *Zîc-i İlhânî*'dekinden (1;2,49,43) daha kesintir. Ancak Kâşî, *zîc*inin müellif nüshasına (Kaşan, 816/1413) düştüğü bir derkenar notunda şöyle der:

3 Trigonometrik fonksiyonların Orta Çağ'da altmışlık tabana göre hesaplanan biçimlerinin adları, modern fonksiyonlardan ayırt edilebilmeleri için burada büyük harflerle yazılmıştır.

Eskiler, sinüsü verilen bir yayın üçte birinin sinüsünü hesaplamak için genel bir yöntem bulamadılar. Biz bir yöntemi icat ettik ve bunu ayrı bir risalede sunduk. Bu yöntemi kullanarak $\sin 1^\circ$ 'yi 1;2,49,43,11,14,44,16,19,16 olarak hesapladık.⁴

Kâşî'nin bu kayıta bahsettiği risale günümüze kadar ulaşmamıştır. Ancak *Miftâhu'l-hisâb*'ın girişinde verdiği eser listesinde *el-Veter ve'l-ceyb* (Üç katının sinüsü veya kirişi bilinen bir yayın sinüsü veya kirişinin hesaplanması) ismine rastlıyoruz.⁵ *el-Veter ve'l-ceyb* günümüze ulaşmadığı için Kâşî'nin kendi zîcinin derkenar notunda zikrettiği risalenin bu olup olmadığı meçhuldür. Fakat eğer öyleyse, Kâşî bu kaydı, *Miftâh*'ın telifinden yani tam olarak 830/1427'den önce yazıldığı aşikâr olan *el-Veter ve'l-ceyb*'i tamamladıktan sonra, yani eklemiş olmalıdır. Dahası, Kâşî'nin *el-Veter ve'l-ceyb*'i, π sayısının yaklaşık değerini belirlemek üzere 827/1424'te kaleme aldığı *el-Muhîtiyye*'den sonra yazdığını gösteren kanıtlar vardır.

Muhîtiyye'nin önemi yalnızca Kâşî'nin π sayısına şaşırtıcı derecede kesin bir yaklaşık değer belirlemesinden değil, aynı zamanda genel olarak kesinlik ve hata payı üzerine yaptığı kapsamlı tartışmadan kaynaklanmaktadır.⁶ Kâşî, *Muhîtiyye*'nin

4 Bkz. Süleymaniye Kütüphanesi, Ayasofya 2692, 28b. Derkenar notunda şöyle yazıyor:

«و متقدمان طریقه نیافته اند کی مطلقاً جیب ثلث قوس معلوم الجیب استخراج توان کردن. ما طریقه استنباط کردیم و در شرح آن رساله علی حده نوشتیم. جیب یک درجه بان طریق بیرون آوردیم، بود: ا ب مط مج یا د مد یو یط یو تاسعه».

Bu makale boyunca, altmış tabanlı sayılar verilirken tam kısımlar kesirli kısımlardan noktalı virgülle ayrılmıştır. Örneğin, 1; 2, 49, 43, 11, 14, 44, 16, 19, 16 sayısı $1 + \frac{2}{60} + \frac{49}{60^2} + \frac{43}{60^3} + \frac{11}{60^4} + \frac{14}{60^5} + \frac{44}{60^6} + \frac{16}{60^7} + \frac{19}{60^8} + \frac{16}{60^9}$ anlamına gelir.

5 Anlaşıldığı kadarıyla *el-Veter ve'l-ceyb* geniş bir dolaşıma sahip olmamıştır; öyle ki sonraki bazı âlimler eserin tamamlanmadığını düşünmüşlerdir. Örneğin, *Miftâh*'ın en eski nüshasının (Tahran: Kitabhâne ve Müze-yi Millî-yi Melik 3180) ilk varacağına ve *Zîc-i Hâkânî*'nin erken dönem nüshalarından birinin (Londra: British Library, India Office, Islamic 430, 32a) derkenarına düşülen nota bakılabilir. Kâşî'nin eserlerinin derlendiği Melik 3180 mecmuası hakkında ayrıntılı bilgi için bkz. Osama Eshera, "On the Early Collections of the Works of Giyâţ al-Din Jamşîd al-Kâşî," *Journal of Islamic Manuscripts* 13 (2022): 225-262.

6 Kâşî'nin *Muhîtiyye*'deki amacı, çapı Dünya'nın 600.000 katı olan bir dairenin çevresinin hesaplanmasındaki hata payını "saç teli kadar önemsiz" olana kadar en aza indirmektir. Bu hedefe Arşimet yöntemini kullanarak ulaşmak isteyen Kâşî, iç ve dış çokgenlerin çevreleri arasındaki farkın $\frac{1}{60^8}$ 'den daha az olması gerektiğini ve bu kesinliğe iç ve dış düzgün üçgenlerin kenarlarının 28 kez ikkiye bölünmesinden sonra ulaşılacağını ve bunun da 805306368 ($=2^{28}$) kenarlı iki çokgen vereceğini göstermiştir. Kâşî, bu tür iki çokgenin çevreleri arasındaki farkı hesaplayarak 16 ondalık basamağa kadar dakik bir π değerine ulaşmıştır. Bkz. Gıyâseddin Cemşîd el-Kâşî, *el-Muhîtiyye* (Meşhed: Kitabhâne-yi Merkezî-yi Âstân-i Kuds 5389), 1b-2b, 24a. Bu konuda çok daha dakik iki yaklaşık değerinin yayınlanması için iki yüzyıl geçmesi gerekecekti. Bunlar, ünlü Alman matematikçi Ludolph Van

girişinde Ebû'l-Vefâ el-Bûzcânî (ö. 388/998 civarı) ve Ebû Reyhân el-Bîrûnî'nin (ö. 440/1050 civarı) π sayısına ilişkin yaklaşık belirlemelerini kesin olmaması nedeniyle eleştirir. Son bölümde ise Bûzcânî ve Bîrûnî'nin π sayısına ilişkin yaklaşık belirlemelerinin, öncelikle diğer iki irrasyonel değere, yani $1/2^0$ ve 2^0 kırışlarına dair yaklaşık belirlemeleri iyileştirerek nasıl geliştirilebileceğini gösterir. Bu iki kırış, Bûzcânî ve Bîrûnî tarafından Arşimet yöntemine göre π sayısının yaklaşık olarak belirlenmesi için kullanılan, sırasıyla 720 ve 180 kenarlı iç içe geçmiş çokgenlerin kenar uzunluklarına karşılık gelir.⁷

Kâşî, bu görüşünü kanıtlamak için $1/2^0$ ve 2^0 kırışlarını yaklaşık belirleme yöntemi sunmuş ve nispeten kesin iki değere ulaşmıştır. Bununla birlikte, *Muhîtiyye*'de zikredilen 2^0 'lik kırışın yaklaşık değeri (2;5,39,26,22,29,28,32,50), *Zîc-i Hâkânî*'ye Kâşî tarafından düşülen kayıttan sin 1°'nin iki katına çıkarılmasıyla elde edilen değerden (2;5,39,26,22,29,28,32,38,32) daha az kesintir. Bir yayın sinüsünün, yayın iki katının kırışının yarısı olduğu dikkate alınırsa, 2^0 'lik kırışın kesin bir yaklaşık değeri, bize her zaman sin 1°'nin kesin bir yaklaşık değerini verir ve bunun tersi de geçerlidir. Bu durum, 827/1424'te *Muhîtiyye*'yi yazarken Kâşî'nin henüz daha kesin bir sin 1° değeri belirlemediği anlamına gelir.

Kâşî'nin risalesi kayıp olmakla birlikte sin 1°'yi yaklaşık belirleme yöntemi *Zîc-i Sultânî*'nin ortak yazarları olan meslektaşlarının çalışmalarında, daha doğru bir ifadeyle Kadızâde Rûmî'nin (ö. 844/1441 sonrası) Kâşî'nin risalesi üzerine 836/1432 tarihinde Semerkant'ta yazdığı Arapça ıslahta (*recension*)⁸ ve Alâeddin Ali Kuşçu'nun

Ceulen (ö. 1610) tarafından 2^{62} kenarlı iki çokgen kullanılarak elde edilmiş ve onun ölümünden sonra -biri 1615'te 33 ondalık basamağa kadar doğru, ikincisi ise 1621'de 35 basamağa kadar doğru olmak üzere iki defa- yayınlanmıştır. Van Ceulen henüz hayatta iken 1596'da 20 basamağa kadar daha az dakik bir yaklaşık değer yayınlamıştır.

7 Bkz. Kâşî, *el-Muhîtiyye* (Meşhed: Kitabhâne-yi Merkezi-yi Âstân-i Kuds 5389), 1b-2b, 27a-29a.

8 Kadızâde'nin ıslahına ait nüshaların bir listesi için bkz. Fateme Savadi, *Risâle fî İstihrâcî ceyb derece vâhide, te'lîf-i Musa b. Muhammed Kadızâde Rûmî* (Tahran: Mîrâs-i Mektûb, 2009), 15-18. Kadızâde'nin ıslahı 1881-82 yıllarında Tahran'da taşbaskı olarak yayımlanmıştır. Bu taşbaskının İngilizce çevirisi ve yorumuyla birlikte tıpkıbasımı B.A. Rosenfeld ve Jan P. Hogendijk, "A Mathematical Treatise Written in the Samarqand Observatory of Ulugh Beg," *Zeitschrift für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften* 15 (2003): 25-65'te yapılmıştır. Kadızâde'nin ıslahının modern Farsça çevirisiyle birlikte tenkitli neşri tarafımızdan yayınlanmıştır (Savadi, *Risâle fî istihrâcî ceyb*, 51-64 ve 37-50). Kadızâde'nin biyografisi için bkz. F. Jamil Ragep, "Qāḍizāde al-Rūmī: Ṣalāḥ al-Dīn Mūsā ibn Muḥammad ibn Maḥmūd al-Rūmī," *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, ed. Thomas Hockey vd. (New York: Springer, 2007), 942.

(ö. 879/1474) Farsça kaleme aldığı *Zîc-i Sultânî* şerhinde kayıt altına alınmıştır.⁹ Öte yandan Uluğ Bey, *Zîc-i Sultânî*'de sin 1°'yi hesaplamak için "burhanî bir yöntem" keşfettiğini ve bu konuda bir risale yazdığını iddia etmiştir. Bu zîci şerh eden bir sonraki nesil, yani Mîrim Çelebi (ö. 931/1525)¹⁰ ve Ali el-Bircendî (ö. 934/1527-28)¹¹ ise Uluğ Bey'in yöntemini tartışırken Kuşçu'nun yolunu izlemiştir. Fakat anlaşıldığı kadarıyla her iki şârih, Uluğ Bey'in -o zaman bile kayıp olan- risalesine doğrudan erişememiş, Uluğ Bey'in iddiasını yorumlarken Ali Kuşçu şerhine başvurmuştur.¹² Yine bu iki şârih, Kadızâde'nin ıslahını esas almak suretiyle Kâşî'nin yöntemini tartışmış ve bu nedenle şerhleri oldukça ilgi görmüştür. Özellikle Mîrim Çelebi'nin şerhi çeşitli çalışmalarla konu olmuş ve kısmen Fransızca, Almanca ve Rusça'ya çevrilmiştir.¹³

- 9 Ali Kuşçu'nun ayrıntılı biyografisi için bkz. Hasan Umut, *Theoretical Astronomy in the Early Modern Ottoman Empire: 'Alî al-Qūshjî's al-Risâla al-Fathîyya*, (Montreal: McGill University, Doktora Tezi, 2020), 53-112.
- 10 Kadızâde ve Ali Kuşçu'nun torunu olan Mîrim Çelebi'nin biyografisi hakkında bkz. İhsan Fazlıoğlu, "Mîram Çelebi: Mahmûd ibn Qutb al-Dîn Muhammad ibn Muhammad ibn Mûsâ Qâdizâde," *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, ed. Thomas Hockey vdğr. (New York: Springer, 2007), 788-789.
- 11 Biyografisi hakkında bkz. Takanori Kusuba, "Birjandi: 'Abd al-'Alî ibn Muhammad ibn Husayn al-Birjandi," *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, ed. Thomas Hockey vdğr. (New York: Springer, 2007), 127.
- 12 Kadızâde'nin ıslahı Rosenfeld ve Ahmedov tarafından yanlışlıkla Uluğ Bey'e atfedilmektedir, bkz. Ahmedov and B.A. Rosenfeld, "Kto Bil Avtorom "Traktata ob Opreddenii Sinusa Odnogo Gradusa"?", *Obşestvennyye nauki v Uzbekistane* 10 (1975): 51-53; "The Mathematical Treatise of Ulugh Beg," *Science in Islamic Civilization*, ed. E. İhsanoğlu ve F. Günergun (İstanbul: IRCICA, 2000): 143-150. Rosenfeld, daha öncesinde ünlü Osmanlı âlimi Salih Zeki'nin çalışmasını temel alan T.N. Kary-Niyazov ve G.D. Dzhalalov'un tutumunu izleyerek, ıslahın Kadızâde'ye ait olduğunu savunmuştur. B.A. Rosenfeld, A.P. Yuschkevich, "O Traktate Kazi-Zade ar-Rumi ob Opreddenii Sinusa Odnogo Gradusa," *Istoriko-Matematicheskie Issledovaniya* 13 (1960): 533-538. Salih Zeki, *Âsâr-ı Bâkiye*'sinde doğru bir biçimde Kadızâde'nin ıslahın yazarı olduğunu belirlemiştir. Salih Zeki, *Âsâr-ı Bâkiye* (İstanbul: Matbaa-ı Âmire, 1913), I, 133-139. İslahın Kadızâde tarafından yazıldığı, herhangi bir tartışmaya mahal bırakılmayacak şekilde tarafımızdan ortaya konmuştur. Fateme Savadi, "Negdî ber İstidlâl-i Ruzinfîl der Bâb-i İntisâb-i Yek Risâle-yi Riyâzi be Uluğ Beg," *Tarih-i İlm: Iranian Journal for the History of Science* 4 (2006): 85-103.
- 13 Mîrim Çelebi şerhinin Fransızca çevirisi için bkz. L.P.E.A. Sédillot, "De l'Algèbre chez les Arabes," *Journal Asiatique* 5 (1853): 323-356 (tekrar neşir: Fuat Sezgin, *Islamic Mathematics and Astronomy*, (Frankfurt am Main: Institut für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften, 1998), 55, 157-190). Sédillot'un çevirisi temel alınarak çeşitli çalışmalar yapılmıştır: F. Woepcke, "Discussion de deux Méthodes Arabes Pour Déterminer une Valeur Approchée de Sin 1°," *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées* 19 (1854): 153-176, 301-303 (tekrar neşir: Sezgin, *Islamic Mathematics and Astronomy* 55, 191-217); Hermann Hankel, *Zur Geschichte der Mathematik in Alterthum und Mittelalter* (Leipzig: Teubner, 1874), 289-293; Asger Aaboe, "Al-Kashi's Iteration Method for the Determination of Sin 1°," *Scripta Mathematica* 20 (1954): 24-29 (tekrar neşir: Sezgin, *Islamic Mathema-*

Kâşî'den ismen bahsetmeyen Ali Kuşçu şerhi çok daha az ilgi gördüğü için bu makalenin odak noktasını oluşturmaktadır.¹⁴ Buradaki amaç, Ali Kuşçu şerhinde "Uluğ Bey'in burhânî yöntemi" başlığı altında sunulan metnin aslında Kâşî'nin iki eşdeğer cebirsel denklem kurmak için kullandığı dört yöntemin, Uluğ Bey'in aynı denklemleri kurmak için kullandığı diğer iki yöntemin ve Uluğ Bey'in denklemlerden birini çözmek için kullandığı sabit nokta yinelemesi yönteminin bir sentezi olduğunu göstermektir. Denklemlerden birinin Kâşî'ye ait yinelemeli sayısal çözümü, bazı hatalarla birlikte Kadızâde'nin ıslahında yer almıştır.

Ali Kuşçu şerhinde, altı yöntemin her biri ayrıca adımlara bölünür. Farklı yöntemlerin müteakibil adımları paralel olarak sunulur ama sıralamaya dikkat edilmez. Bu tuhaf düzenleme, okuyucunun her bir yöntemi başından sonuna kadar takip etmesini zorlaştırır. Bu nedenle, makalenin 4. ve 5. ekinde, Ali Kuşçu şerhinden ilgili pasajların Farsça aslı ve Türkçe çevirisi ile birlikte bazı açıklamalara yer verilmiştir. Makalede, Ali Kuşçu'nun şerhin ilgili kısmında Uluğ Bey'in -o zaman artık kayıp olan- risalesinden geniş ölçüde yararlandığı öne sürülecektir. Ardından, Kadızâde'nin ıslahının yardımıyla, Ali Kuşçu şerhindeki altı yöntemden dördünün Kâşî'nin kayıp risalesine dayandığı ve Ali Kuşçu'nun -belki de Kâşî'ye ait olduklarını fark etmeden- bunları Uluğ Bey'in risalesinden alıntıladığı gösterilecektir. Ancak bu ayrıntılara girmeden önce, Ali Kuşçu şerhinin tarihsel bağlamına, telif ve dolaşım serüvenine kısaca göz atmamız gerekir.

tics and Astronomy, 56, 354-360). Almanca çevirisi için bkz: Carl Schoy, "Beiträge zur Arabischen Trigonometrie," *Isis* 5 (1923): 364-399 (tekrar neşir: Sezgin, *Islamic Mathematics and Astronomy*, (Frankfurt am Main: Institut für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften, 1997), 25, 150-185). Rusça çevirisi B.A. Rosenfeld tarafından yayınlanmıştır: Djemşid Giyaseddin al-Kaşi, *Kl-yuş Arifmetiki, Traktat ob Okrujnosti*, ed. V.S. Segal-A.P. Yushkevich, Arapçadan çev. B.A. Rosenfeld (Moskova: Gosudarstvennoe Izdatelstvo Tehniko-Teoreticeskoy Literaturi, 1956), 311-319. Osmanlı Türkçesindeki modern bir çalışma için bkz. Zeki, *Âsâr-ı Bâkiye*, I, 121-132. Kapsamlı bir çevrimiçi literatür taraması için bkz. Jan P. Hogendijk, "The Samarkand School in Astronomy and Mathematics (ca. 1420 CE)," <https://www.jphogendijk.nl/samarkand.html> (Erişim: Şubat, 2022). Bircendi şerhinin Kâşî'nin yöntemini ele alan kısımları ünlü İranlı bilim tarihçisi tarafından yayımlanmıştır: Abulkasım Gurbani, *Kâşânî-nâme: Ahvâl ve Âsâr-i Gyâseddin Cemşid-i Kâşânî* (Tahran: Merkez-i Neşr-i Dânişgâhî, 1368 [1989-90]), 160-167.

14 Sin 1°'nin yaklaşık belirlenmesine ilişkin olup Ali Kuşçu şerhine kısaca değinen bir çalışma için bkz. Fateme Savadi, "Risâle-i Fârisî der Bâre-yi Muhâsibe-yi Ceyb-i Yek Derece," *Tarih-i İlm: Iranian Journal for the History of Science* 6 (2009): 69-104. Bu makale, sin 1°'yi yaklaşık belirleme hakkında anonim bir Farsça risalenin tenkitli neşrini ve açıklamalarını içermektedir. Eşsiz bir nüshası (Berlin: Staatsbibliothek, Landsberg 144, 74b-82a) günümüze ulaşan bu risale, Ali Kuşçu şerhi ile Kadızâde'nin ıslahına dayanmaktadır.

Tarihsel Bağlam

Uluğ Bey, *Zîc-i Sultânî*'nin girişinde zîcin yazımının ilk aşamalarında Kâşî'nin, daha sonrasında ise Kadızâde'nin vefat ettiğini, bu nedenle de eseri tamamlama görevinin kendisine ve Ali Kuşçu'ya düştüğünü söyler. Ali Kuşçu'yu "genç yaşına ve yetişkinliğin başlangıcında olmasına rağmen sanat ve bilim yarışmasında birinci olan -ki şüphesiz başarılarının ünü kısa sürede dünyanın her köşesine ulaşacaktır- sevgili oğlum..." diye tavsif eder.¹⁵

Osmanlı tarihçisi Taşköprülüzâde (ö. 968/1561),¹⁶ *eş-Şekâiku'n-Nu'mâniyye* adlı biyografik eserinde, Ali Kuşçu'nun Semerkant'tan uzakta ilim tahsil etmek için yıllarca süren bir yolculuğa çıktığını ve geri döndüğünde *Risâle fî Halli işkâli muaddilî'l-mesîr li-Utârid* adlı eserini Uluğ Bey'e ithaf ettiğini bildirmektedir.¹⁷ Taşköprülüzâde'nin bu aktarımının kanıtı Ali Kuşçu'nun risaleye yazdığı girişte bulunabilir; burada Kuşçu, genç yaştan itibaren Uluğ Bey'in meclisinde bulunmaktan mutluluk duyduğunu, onunla felsefe ve matematik bilimlerini çalışma ayrıcalığına sahip olduğunu söyler. Bu ayrıcalık Ali Kuşçu'ya "sayısız fayda" sağlarken, aynı zamanda onu "kıskançlık hedefi" haline getirir. Bu nedenle de Semerkant'tan ayrılmaya karar verir.

Bu uzun yolculuğun ne zaman başlayıp ne zaman bittiğini bilmediğimiz gibi *Risâle fî Halli işkâli muaddilî'l-mesîr li-Utârid*'in telif tarihi de maalesef meçhuldür. Ayrıca Ali Kuşçu, eserin girişinde ziyarette bulunduğu veya ikamet ettiği yerlerin isimlerini zikretmemiştir.¹⁸

Öte taraftan Taşköprülüzâde, Ali Kuşçu'nun Semerkant'tan gizlice Kirman vilayetine gittiğini, oradaki âlimlerden ders aldığını ve Nasîrüddin et-Tûsî'nin (ö. 672/1274) *Tecrîdü'l-İ'tikâd*'ına yazdığı meşhur şerhinin taslağını hazırladığını kaydeder.¹⁹ Ali Kuşçu'nun *Tecrîd* şerhini Timurlu sultanı Ebû Saîd'e (salt. 855-73/1451-69) ithaf ettiği dikkate alırsak, eserin Ebû Saîd'in 855/1452'de Semerkant'ta ya da 861/1457'de Herat'ta tahta çıkışından bir süre sonra tamamlandığını varsayabiliriz. Ali Kuşçu'nun *Tecrîd* şerhinin taslağı ile son hali arasında makul olmayacak kadar uzun bir süre geçtiğine ilişkin

15 Uluğ Bey, *Zîc-i Sultânî* (İstanbul: TSMK, Revan 1714), 2b.

16 Taşköprülüzâde, Mîrim Çelebi'den matematik bilimler okumuştur. Bkz. Ahmed b. Muştafa Taşköprîzâde, *eş-Şekâiku'n-Nu'mâniyye fî ulemâi'l-Devleti'l-Usmâniyye* (Beyrut: Dâru'l-Kitâbi'l-Arabî, 1975), 327.

17 Taşköprülüzâde Ali Kuşçu'nun bu eserinin konusunu yanlışlıkla Merkür değil Ay ile ilişkilendirir. Bkz. Taşköprîzâde, *eş-Şekâiku'n-Nu'mâniyye*, 98.

18 Bkz. George Saliba, "Al-Qūshjī's Reform of the Ptolemaic Model for Mercury," *Arabic Science and Philosophy* 3 (1993): 190-191 (İngilizce: 169-170).

19 Taşköprîzâde, *eş-Şekâiku'n-Nu'mâniyye*, 98.

varsayımdan kaçınmak için onun Semerkant'a dönüşünü, Uluğ Bey'in 853/1449'daki ölümüne mümkün olduğunca yakın bir döneme tarihlemek tercih edilir. Dolayısıyla, Ali Kuşçu'nun yıllar süren yolculuğunun, rasathanedeki görevi sona erdikten sonra ve Uluğ Bey'in 853/1449 tarihli ölümünden önce gerçekleştiğini tahmin edebiliriz.

Ebü Saîd'in 861/1457 tarihinde Herat'a tahta çıkmasını müteakip Kuşçu da bu şehre taşındı. Tahminen on yıl boyunca Herat'ta yaşadktan sonra Anadolu'ya göç etti.²⁰ Bu sırada seyahat belgeleri edinmesinde, ünlü İranlı şair ve sûfî Abdurrahman el-Câmî'nin (ö. 898/1492), Herat'ta önemli bir kültürel ve siyasi figür olan Ali Şîr Nevâî'ye (ö. 906/1501) yazdığı mektuplar etkili oldu. Nitekim o, Ali Şîr Nevâî'den saltanat mührünün koruyucusu (*mührdâr*) sıfatıyla Ali Kuşçu ve ailesi için gerekli belgelerin düzenlenmesini kolaylaştırmasını ve onların seyahat güvenliğini sağlamasını talep etmiştir.²¹ Ali Şîr Nevâî bu göreve 873/1469 yılında, Timurlu şehzadesi Hüseyin Baykara'nın (salt. 873-911/1469-1506) kendisini Horasan hükümdarı olarak kabul ettirdiği dönemde atanmıştır.²² Bu da 873/1469 yılının Ali Kuşçu'nun Herat'tan ayrılışı için *terminus post quem* olarak kabul edilebileceği anlamına gelir.

Ali Kuşçu, Osmanlı sultanı II. Mehmed'in ikinci saltanatı sırasında (855-86/1451-81), 877/1473'te İstanbul'dadır.²³ Kısa bir süre sonra, Akkoyunlu hükümdarı Uzun Hasan'a (ö. 882/1478) karşı düzenlediği seferde II. Mehmed'e eşlik edecektir. Savaş Tercan (günümüz Türkiye'si) yakınlarında yapılmış ve II. Mehmed 16 Rebîülevvel 878/10 Ağustos 1473 tarihinde zafer kazanmıştır.²⁴ Teorik astronomi üzerine yazdığı *er-Risâletü'l-Fethiyye*'yi savaştan birkaç gün önce (878 yılı Rebîülevvel'in ortalarında) tamamlamış olan Ali Kuşçu, zafer günü savaş meydanındayken eserin tebyiz nüshasındaki ferağ kaydının akabinde kısa bir kutlama notu düşmüştür.²⁵ Ali Kuşçu, muhtemelen

20 İdrîs-i Bitlîsî, *Heşt bihişt* (İstanbul: Nuruosmaniye Kütüphanesi, Nuruosmaniye 3212), 30b-31a.

21 A. Urunbaev, *Nâme'hâ-yi Destnîvîs-i Câmî* (Kabul: Matbaa-yi Devletî, 1364 [1985-86]), 107, 122.

22 Subtelny, Maria E., "Ali Şîr Navâî," *Encyclopaedia of Islam Three Online*, ed. K. Fleet, G. Krämer, D. Matringe, J. Nawas and D. J. Stewart (Leiden: Brill, 2011) doi: https://doi.org/10.1163/1573-3912_ei3_COM_23837.

23 Ali Kuşçu *er-Risâletü'l-Muhammediyye* isimli aritmetik eserini Ramazan 877/Şubat 1473 tarihinde II. Mehmed'e sunmuştur. Eserin müellif hattı için bkz. (İstanbul: Süleymaniye Kütüphanesi, Aya-sofya 2733), 74b, 222a.

24 V. Minorsky, C.E. Bosworth, "Uzun Hasan," *Encyclopaedia of Islam New Edition Online (EI-2 English)*, ed. P. Bearman (Leiden: Brill, 2012) doi: https://doi.org/10.1163/1573-3912_islam_SIM_7788.

25 *er-Risâletü'l-Fethiyye*'nin müellif nüshası için bkz. (İstanbul: Süleymaniye Kütüphanesi, Ayasofya 2733), 70a. Söz konusu notun transkripsiyonu ve İngilizce çevirisi için bkz. Umut, *Theoretical Astronomy*, 172-173. Eserin tenkitli neşri, İngilizce çevirisi ve açıklamalar için bkz. Umut, *Theoretical Astronomy*, 195-289, 290-351, 353-455, 457-549.

bu olaydan kısa bir süre sonra, İstanbul'da *Zîc-i Sultânî* şerhini yazmaya başlamıştır. Şerhin günümüze ulaşan nüshalarının hiçbirinde dîbâçe veya hatime bulunmamaktadır. Şerh, *Zîc*'in bütününi kapsamasına rağmen, öyle görünüyor ki Ali Kuşçu, 8 Şaban 879/17-18 Aralık 1474 tarihli ölümünden önce onu tamamlama fırsatı bulamamıştır.²⁶

Ali Kuşçu Şerhinin Yazma Nüshaları

Ali Kuşçu'nun *Zîc-i Sultânî* şerhi II.2'de, Uluğ Bey'in sin 1^o'yi hesaplama yöntemine atıfta bulunduğu ilgili pasajlar Ek 4'te beş yazma nüshaya dayanılarak düzenlenmiştir: İstanbul: Süleymaniye Kütüphanesi, Carullah Efendi 1493 (C); İstanbul: Millet Kütüphanesi, Feyzullah Efendi 1342 (F);²⁷ İstanbul: Kandilli Rasathanesi Kütüphanesi 262 (K); Tahran: Kitabhâne-yi Millî 20127 (L) ve Ann Arbor: University of Michigan Library, Islamic Manuscripts MS 827 (M). Bu beş yazmadan ikisi tarihlendirilmiştir: K nüshası Zilhicce 879'un sonunda/Mayıs 1475'in başında, yani Ali Kuşçu'nun ölümünden dört buçuk ay sonra İstanbul'da istinsah edilmiştir;²⁸ M nüshasının istinsahı ise altı yıl sonra, Safer 886/Nisan 1481'in başında Tebriz'de tamamlanmıştır. Beş yazma nüshadan hiçbirinde müstensih adı geçmemektedir.

26 Ölüm tarihiyle ilgili bkz. Kâtib Çelebi, *Sülemü'l-vüsûl ilâ tabakâtî'l-fühûl*, nşr. Ekmeleddin İhsanoğlu vdğr. (İstanbul: IRCICA, 2010), II, 393.

27 F nüshası 27 Cemâziyelâhîr 891/30 Haziran 1486 tarihinde Cuma günü Osmanlı âlimi Müeyyedâde Abdurrahman Efendi'ye (ö. 922/1516) hediye edilmiş ve bu durum onun tarafından 1a varâğındaki beytin altına kaydedilmiştir:

«تحفه ای نیست مرا در خور همت لیکن

زین محقر غرضم تذکره ای احبابست

حرره الحقیق قطب الفقیر»

«أتحفه كاتب هذا البيت أدام الله فضائله إلى فقير عفو الله الصمد عبد الرحمن علي بن مؤيد غفر لهم ضحوة

نهار الجمعة السابع والعشرين من آخر من الجمادین لسنة إحدى وتسعين وثمانمائة هجرية بدار السلطنة

قسطنطينية صينت عن البلية»

28 Ali Kuşçu şerhini içeren K yazması, öğrencisi Ömer b. Osman el-Hüseynî ed-Dımaşkî tarafından istinsah edilmiş bir *Zîc-i Sultânî* nüshasıyla birlikte ciltlenmiştir. Yazmanın başına yapııştırılan ve Ali Kuşçu'nun kendi hattını taşıyan icazete göre, Dımaşkî zîc çalışmalarını Ali Kuşçu ile birlikte Cemâziyelülâ 879 / Eylül-Ekim 1474 tarihinde tamamlamıştır. Dımaşkî'nin zîc nüshasını istinsahı -muhtemelen Ali Kuşçu'nun kendi nüshasından (*min nushatî'l-asli'l-mektûbe bi'l-rasadi'l-cedî-di's-sultânî*)- Cemâziyelâhîr 879 / Kasım 1474 sonunda tamamlanmıştır. Bu tarihin, icazetin en az bir ay sonrasına tekabül etmesi, söz konusu nüshanın zîc çalışmaları sırasında kullanılan nüsha olmadığını düşündürmektedir. Dımaşkî hakkında ayrıntılı bilgi ve icazetin transkripsiyonu için bkz. Taha Yasin Arslan, "A Fifteenth-Century Mamluk Astronomer in the Ottoman Realm: 'Umar al-Dimashqî and his 'Ilm al-Mîqât Corpus the Hamidiye 1453," *Nazariyat Journal for the History of Islamic Philosophy and Sciences* 4 (2018): 119-140.

Ali Kuşçu şerhinin dolaşım tarihi hâlâ daha fazla araştırma gerektirse de nispeten geniş bir yazma eser külliyatı üzerine yaptığımız ön inceleme, eserin erken dönemde yayılmasında Ali Kuşçu'nun çevresindeki bazı kişilerin belirleyici rol oynadığını göstermektedir. Bu kişilerden biri, F ve L nüshalarının meçhul müstensihisi olup, aynı zamanda en az bir nüshayı daha istinsah etmiştir (S nüshası: Süleymaniye Kütüphanesi, Hasan Hüsnü Paşa 1285).²⁹ S nüshası büyük olasılıkla Ali Kuşçu'nun çalışma nüshasıydı; çünkü bazı yaprakların hamişlerinde yazar tarafından yapılmış kapsamlı tashihler bulunmaktadır. Bu tashihlerden bazıları daha sonra C ve M nüshalarının ana metnine, L nüshasının ise hamişine aktarılmıştır. Örneğin, S yazmasının 16a yaprağında yer alan ve büyük ihtimalle Ali Kuşçu'nun kendisi tarafından yapılan kapsamlı tashih, L nüshasının hamişinde (s. 41) görülür iken C (vr. 27b-28b) ve M nüshasında (s. 49-51) doğrudan metne dâhil edilmiştir. F nüshasında (vr. 20a) ve eserin bilinen en erken tarihli yazması olan K nüshasında (vr. 168b) ise yer almamıştır. Halbuki stemmatoloji analizimiz, F, K ve L nüshalarının S nüshasından türeyen bir aile oluşturduğunu göstermektedir. Ayrıca, F, L ve S nüshalarının meçhul müstensihinin doğrudan Kuşçu ile çalışmış olması kuvvetle muhtemeldir.³⁰ Ne yazık ki ilgili bölümler eksik olduğu için S nüshası ekteki tenkitli neşirde dikkate alınmamıştır. Yine de Takiyüddin Râsîd (ö. 993/1585) ve Mîrim Çelebi'ye ait hamîş notlarını içermesi bakımından bu nüsha büyük önemi haizdir.³¹

Anlaşıldığı kadarıyla C nüshası da tamamen ya da kısmen Ali Kuşçu'nun sağlığında istinsah edilmiştir; çünkü 1a yaprağında yer alan kısa bir not, nüshanın bazı bölümlerinin Ali Kuşçu'ya okunarak kontrol edildiğini göstermektedir. Stemmatoloji analizine dayanarak, C ve M nüshalarının, tashih edilmiş S nüshasından (doğrudan veya dolaylı olarak) türediğini söyleyebiliriz. Pek çok hatayı içeren B nüshasının (Bursa: İnebey Kütüphanesi, Genel 4318) da S nüshasından çoğaltılmış olması muhtemeldir.³²

29 L nüshasının temellük sayfasına, yazmanın önceki sahibi İranlı edebiyatçı ve tarihçi Celâleddin Humâî tarafından bir not düşülmüştür. Bu notta Humâî, Ali Kuşçu şerhinin aynı müstensihinin elinden çıkan başka bir nüshasını daha gördüğünü belirtir. Söz konusu nüsha henüz tespit edilememişse de büyük olasılıkla F ve S yazmalarından farklıdır. Bu durum, meçhul müstensihinin, Ali Kuşçu şerhinden en az dört nüsha istinsah etmiş olabileceğini düşündürmektedir.

30 Humâî, meçhul müstensihimize atfettiği iki yazmanın, Ali Kuşçu'nun kendi nüshasından (*destûr*) istinsah edildiği kanaatindedir.

31 Bu nüshada Takiyüddin Râsîd imzalı en az bir (vr. 60a) ve Mîrim Çelebi imzalı en az iki (vr. 155b ve 158b) derkenar notu bulunmaktadır.

32 Bu nüsha, Kânûnî Sultan Süleyman (salt. 926-974/1520-1566) dönemi Osmanlı âlimlerinden Ali el-

Ek 1’de tenkitli neşirde kullanılan beş yazma için geçici bir stemma sunulmaktadır. Neşir esas olarak, meçhul müstensihimizin Ali Kuşçu’nun tashihinden önce istinsah ettiği S nüshasının nihai versiyonu olan L nüshasına dayanır. Bu nüsha Ali Kuşçu’nun tashihlerini içeren versiyonla karşılaştırılmış ve müstensih dışındaki biri tarafından buna göre düzeltilmiştir.

Kâşî ve Uluğ Bey Yöntemlerini Ali Kuşçu Şerhinden Takip Etmek

Ali Kuşçu şerhinde yer alan altı yöntem, iki denklemle sonuçlanmaktadır ve bu denklemler, Kâşî’nin risalesinin Kadızâde tarafından yapılan ıslahında tartışılanlarla tamamen aynıdır. Bu denklemlerin kurulmasına yönelik cebirsel ispat, biri *Almagest*’ten diğeri ise *Elementler*’den olmak üzere iki önermeyi içeren bir geometrik ispata dayanmaktadır. Kadızâde’nin ıslahında bu geometrik ispata -sezgisel (*intuitively*) ve matematiksel açıdan olması gerektiği gibi- öncelik verilir. Ali Kuşçu şerhinde ise cebirsel ispat, kendisine dayanak teşkil eden geometrik ispattan önce gelir. Aslına bakılırsa bu, Ali Kuşçu şerhinde matematiksel tutarsızlık arzeden tek düzenleme değildir.

Kadızâde’nin ıslahında Kâşî’den birebir yapılan ve Farsça versiyonları Ali Kuşçu şerhinde çeşitli pasajlarda geçen üç alıntı, altı yöntemden üçüne ait farklı adımlara tekabül eder.³³ Aşağıda da görüleceği üzere bu makale, söz konusu üç yöntemi Kâşî’nin yöntemleri olarak tanımlar. Ali Kuşçu şerhinde hem bu alıntıları içeren hem de aynı yöntemlere karşılık gelen diğer pasajları, Kadızâde’nin sunduğu sıralamaya göre yeniden düzenlersek -ki ona göre bu sıralama Kâşî’nin orijinal risale-

Riyâzî’nin temellükünde bulunmuştur. Riyâzî hakkında bilgi için bkz. Fateme Savadi, “Marginalia as a Venue of Debate between Qutb al-Din al-Shirâzî and His Student Suhrâb ibn Amir al-Hâjj,” *International Qutb al-Din al-Shirâzî Symposium*, Sivas/Turkey, 2021 sempozyumunun yakında yayınlanacak bildiriler kitabı. Riyâzî’nin 280b yaprağında bulunan 22 Cemâziyelülâ 949/2-3 Eylül 1542 tarihli mülkiyet kaydı şu şekildedir:

«استملكه أخفّ عباد الله الراضي علي النسابة الحقيق الرياضي جعل الله مستقبله أحسن حالاً من الماضي في كـ ب د ظ م ط [٢٢ ربيع الثاني ٩٤٩]»

Riyâzî, yazmanın çeşitli yapraklarına birkaç derkenar notu eklemiştir. 1a yaprağında yer alan isimsiz bir not, nüshanın istinsahını yanlışlıkla bizzat Ali Kuşçu’ya atfetmektedir. 2a yaprağında ise Leyszâde Pîr Ahmed Çelebi’ye (ö. 952/1545) ait bir mülkiyet kaydı bulunmaktadır.

33 Kâşî’den yapılan doğrudan alıntılar Ek 4 ve 5’in [5], [7] ve [23] numaralı paragraflarında altı çizilerek verilmiştir. Bu alıntıların Kadızâde’nin ıslahındaki karşılıkları için sırasıyla bkz. Savadi, *Risâle fî İstihraci ceyb*, 61, 59 ve 60 (Farsça çeviride sırasıyla 47, 45-46 ve 47. sayfalar); İngilizce çevirileri için bkz. Rosenfeld ve Hogendijk, “A Mathematical Treatise,” 46, 44, 46.

sindeki ile aynıdır.³⁴ biçimsel olarak tutarlı ve matematiksel açıdan tamamlanmış üç yöntem ortaya çıkar. Bu bağlamda, Kadızâde'nin ıslahının Kâşî'nin yöntemleri- nin yeterince kapsamlı bir sunumunu vermediği, bu yöntemleri tek bir yöntemmiş gibi yüzeysel şekilde aktardığı açıktır. Söz konusu eksiklik, bazı bölümleri Kadızâde tarafından atlanan ya da yanlış anlaşılan geometrik ispat kısmında özellikle belirginleşmektedir. Dahası, sentez sahibinin Kâşî'ye doğrudan başvurduğunu gösteren başka bir kanıt daha vardır: Ali Kuşçu şerhindeki bir pasaj, Kâşî'nin $\sin 3^\circ$ için verdiği 3;8,24,33,59,34,28,14,29 değerini muhafaza eder ki bu değer, Kadızâde'nin ıslahında da aynen aktarılmıştır.³⁵ Buna karşılık, Ali Kuşçu şerhindeki diğer tüm pasajlarda farklı bir değer kullanılmıştır: 3;8,24,33,59,34,28,15. Sekizinci altmışlık basamağı içermese de bu ikinci değer, 3;8,24,33,59,34,28,14,50'den yuvarlanmıştır ve Kâşî'nin verdiği değerden daha doğrudur.

Kadızâde'nin ıslahı ile Ali Kuşçu'nun şerhi arasında dağınık gibi duran metinsel paralellik -özellikle Kadızâde'nin söz konusu yöntemleri Kâşî'ye, Ali Kuşçu'nun ise Uluğ Bey'e atfetmesi bağlamında- son derece önemlidir. Daha da ilginç, Kadızâde'nin Uluğ Bey'den, Ali Kuşçu'nun ise Kâşî'den hiçbir şekilde bahsetmemesidir. Bu durum, söz konusu yöntemlerin ilk sentezinin büyük ihtimalle Ali Kuşçu'nun kaynağında gerçekleştirildiğine ve bu kaynağın, Kâşî'nin risalesiyle ilişkisini örtbas etmeye çalıştığına işaret etmektedir. Ayrıca, bu sentezin ilk olarak bizzat Ali Kuşçu tarafından yapıldığı da peşinen kabul edilmemelidir; bilakis, onun bu sentezi kendi kaynak(lar)ından devralmış olabileceği ihtimali göz önünde bulundurulmalıdır ki bu bağlamda en güçlü aday Uluğ Bey'in günümüze ulaşmamış olan risalesidir. Bu sentezi ilk kez derleyen her kim ise, sadece Kadızâde'nin ıslahına dayanmaktan daha ziyade Kâşî'nin günümüze ulaşmamış risalesine doğrudan erişim sağlamış ve onu bizzat incelemiş olmalıdır.

Elbette, Kâşî ve Uluğ Bey'in söz konusu yöntemlere birbirinden bağımsız olarak ulaşmış olabilecekleri de ileri sürülebilir. Ancak bu varsayım, tarihi veriler ışığında pek muhtemel görünmemektedir; zira Kadızâde ıslahını 836/1432 yılında kaleme almıştır, Uluğ Bey'in risalesine yapılan en erken atıf ise müellif hattı 843/1439-40 tarihli

34 Savadi, *Risâle fî İstihracı ceyb*, 38 (Farsça metin), 52 (Arapça metin); Rosenfeld ve Hogendijk, "A Mathematical Treatise," 33 (İngilizce metin).

35 Bu değer, [7] numaralı bölümdeki alıntıda zikredilmektedir, bkz. Savadi, *Risâle fî İstihracı ceyb*, 59; 46 (Farsça metin); Rosenfeld ve Hogendijk, "A Mathematical Treatise," 44.

olan *Zîc-i Sultânî*'sinde yer almaktadır.³⁶ Dolayısıyla Uluğ Bey'e ait risalenin, Kâşî'nin 827-830/1424-1427 tarihlerinde yazılan eserinden malzeme içermesi ihtimali daha kuvvetlidir.³⁷ Bu da demek oluyor ki Ali Kuşçu şerhi üzerinden günümüze aktarılan sentezin ilk olarak Uluğ Bey tarafından ortaya konduğunu varsaymak -özellikle bu şerhin, Uluğ Bey'in denklem çözümüne dair sayısal yöntemini ve belirlediği yaklaşık değeri içeren yegâne kaynak olması hasebiyle- makul bir yaklaşım olacaktır. Ayrıca, Uluğ Bey'in bu sentezde Kâşî'nin etkisine dair ipuçlarını silmek için iyi bir nedeni vardı. Ne de olsa, sin 1°'yi "burhan yöntemi kullanarak" hesaplayan ilk kişi olduğunu iddia ediyordu.³⁸

Kâşî ve Uluğ Bey'in risaleleri mevcut olmadığı için tüm bunlar şüpheli kalmaktadır. Fakat, en azından Ali Kuşçu'nun, Uluğ Bey'in risalesinin bir nüshasına sahip olduğu ve şerhinin bu kısmında büyük ölçüde ondan faydalandığı gibi bir varsayımda bulunmak mümkündür. Açıkçası Ali Kuşçu, dört yöntemin aslında Kâşî'ye ait olduğunu bilseydi, tamamını Uluğ Bey'e atfetmezdi. Nitekim, Ali Kuşçu ile Kadızâde'nin torunu Mîrim Çelebi de dahil olmak üzere daha sonraki şârihler, Kâşî ve Uluğ Bey'in yöntemleri arasında ayrım yapmışlardır. Ali Kuşçu şerhinde ise Kâşî ve Uluğ Bey yöntemlerine ilişkin sentezin alışılmadık düzeni, bunları birbirinden ayırt etmeyi zorlaştırmaktadır.

Tablo 1, sentez düzeninin Kadızâde'nin ıslahı (Kâşî'nin dört yöntemi bağlamında) ve matematiksel mantıksal yapı (Uluğ Bey'in iki yöntemi bağlamında) ile ne derece farklı olduğunu gösterir. Burada dikkat edilmesi gereken önemli bir nokta, altı yöntemin numaralandırılmasının sentezciye göre yapılmış ve bunun Tablo 1'de muhafaza edilmiş olmasıdır. Bu şekilde, her yöntemin adımları şu modele göre numaralandırılmıştır: Örneğin, KM-2.1, Kâşî'nin ikinci yönteminin ilk adımıdır. Tüm yöntemlerde, sıfıncı adım, cebirsel denklemlerin geometrik olarak kurulmasını temsil etmektedir; diğer adımlar ise cebirsel denklemin sadeleştirilmesi ve nihai

36 Bu, müellif nüshasının telif tarihidir; bkz. (Hyderabad: Salar Jung 41), 202b. Ancak, şunu belirtmek gerekir ki, bu ve diğer nüshaların dibâçesinde Uluğ Bey, Kadızâde'nin ölümünden bahsetmiştir. Onun 844/1441'den sonra vefat ettiğini biliyoruz. Bu nedenle, Uluğ Bey'in, nüshanın dibâçesini *Zîc* 843/1439-40 yılında ilk kez tamamlandıktan sonra eklediğini varsayabiliriz. Kadızâde'nin ölüm tarihiyle ilgili yeni bulunan kanıtlara dayanan kapsamlı bir tartışma için bkz. Sajjad Nikfahm-Khub-ravan, "Ulugh Beg's Treatise on the Altitude Circle" (yakında yayınlanacaktır).

37 *Zîc-i Hâkânî*'nin erken bir nüshasında, ismi tam olarak okunamayan biri tarafından düşülen derkenar notunda, Uluğ Bey'in ölümünden sonra kitap sandığında Kâşî'nin risalesinin bulunduğu kaydedilmektedir. Bkz. (Londra: British Library, India Office, MS Islamic 430), 32a.

38 *Zîc-i Sultânî* II.2'de yer alan ve Uluğ Bey'in sin 1°'yi hesaplama yöntemine atfı yaptığı pasajın tenkitli metni ve Türkçe çevirisi için bkz. Ek 3.

forma indirgenmesi için kullanılan adımlardır. Ali Kuşçu şerhi yalnızca Uluğ Bey'in denklemin sayısal çözümünü içermekte olup, aslında bunun bilinen tek kaynağıdır. Kâşî'nin sayısal çözümüne dair en erken kayıt, Kadızâde'nin ıslahında yer almış ve sonraki kaynaklar bunu Kadızâde'den aktarmıştır.

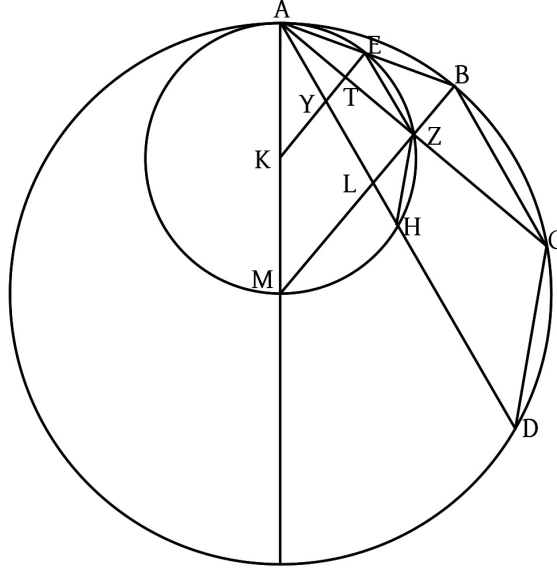
Kâşî'nin yöntemlerinin Kadızâde'nin ıslahına göre düzenlenen adımları, ardından matematiksel sıraya göre Uluğ Bey'in iki yönteminin adımları	Ali Kuşçu şerhindeki ilgili pasajlar ³⁹
Geometrik önermeler	[9–10]
KM-2.0 ($x = \text{Crd } 2^\circ$)	[12], [14]
KM-2.1	[18]
KM-2.2	[6]
KM-4.0 ($x = \text{Crd } 2^\circ$)	[23]*
KM-4.1	[8]
KM-1.1 ($x = \text{Sin } 1^\circ$)	[11], [13]
KM-1.1	[17]
KM-1.2	[5]*
KM-3.0 ($x = \text{Sin } 1^\circ$)	[19–22]*
KM-3.1	[7]*
UBM-2.0 ($x = \text{Crd } 2^\circ$)	[16]
UBM-2.1	[4]
UBM-1.0 ($x = \text{Sin } 1^\circ$)	[15]
UBM-1.1	[3]
UBM-1.2, denklemin sayısal çözümü	[25–26]

Tablo 1.

Ali Kuşçu şerhindeki sentezin alışılmadık düzeninin sebeplerinden biri, sentezcinin her yöntemin ilgili adımlarını paralel şekilde sunmak istemesidir. Bu husus, Ali Kuşçu şerhinde yer alan geometrik diyagramın (Şekil 1) yeniden üretiminden başlamak suretiyle her yöntemin modern matematiksel ifadesini verdiğimizde daha belirgin hale gelecektir. Söz konusu diyagram ile Kadızâde'nin ıslahındaki diyagram ara-

39 Ali Kuşçu şerhinin [24] numaralı paragrafı, Uluğ Bey'in ikinci yönteminden hemen önce yer almasına rağmen, yalnızca bazı cebirsel terimler ve tanımlar sunduğu için Tablo 1'de yer almamaktadır. Yıldızla işaretlenmiş paragraflar, Kadızâde'nin Kâşî'den doğrudan yaptığı alıntının Farsça versiyonlarını içermektedir.

sında önemli bir fark vardır: $\sin 1^\circ$ 'yi bilinmeyen olarak içeren denklemin kurulması için temel unsur niteliğindeki küçük çember ve içerisine çizilmiş dörtgen Kadızâde'nin diyagramında bulunmamaktadır. Bu nedenle Kadızâde, Kâşî'nin bu denklemi kurmaya yönelik geometrik gösterimini yanlış anlamış ve onu eleştirmiştir.⁴⁰



Şekil 1.

[9] numaralı paragraf, *Almagest* ve *Elementler*'den türetilen önermeleri ortaya koymaktadır. Birinci önermeye göre, bir çember içine çizilmiş dörtgende, köşegenlerin çarpımı, karşılıklı kenarların çarpımlarının toplamına eşittir. İkinci önerme ise, bir çemberin içinde kesişen iki kiriş için, her bir kirişi oluşturan doğru parçalarının uzunluklarının çarpımlarının birbirine eşit olduğunu ifade eder. [10] numaralı paragraf da köşegenle ilgili şu ayrıntıları sunar (Şekil 1):

Çember $ABGD$ $R = 60$, $\widehat{AB} = \widehat{BG} = \widehat{GD} = 2^\circ$

Çember $AEZH$: $r = 30$, $\widehat{AE} = \widehat{EZ} = \widehat{ZH} = 1^\circ$

$$\angle BAG = \angle GAD \Rightarrow \begin{cases} ET = TY \\ BZ = ZL \end{cases}$$

$AZ \perp EK, AZ \perp BM$

40 Savadi, *Risâle fî İstihrâcî ceyb*, 59-60; 46-47 (Farsça metin); Rosenfeld ve Hogendijk, "A Mathematical Treatise," 44-46.

[11–12] numaralı paragraflar, yukarıda belirtilen geometrik diyagram ve önermeleri kullanılarak, iki temel denklemin kurulmasında ilk adımları oluşturmaktadır: Bunlardan biri, bilinmeyen $\sin 1^\circ$ olan denklem (bundan sonra “denklem 1” olarak anılacaktır), diğeri ise bilinmeyen 2° ’lik kiriş olan denklem (bundan sonra “denklem 2” olarak anılacaktır). Aşağıdaki tabloda gösterildiği üzere, bu adımda her denklemin bir tarafı kurulmaktadır:

$$[11] \begin{aligned} AE = EZ = ZH = \sin 1^\circ = x \\ AH = \sin 3^\circ = 3; 8,24,33,59,34,28,15 \end{aligned}$$

Dörtgen AEZH:

$$\begin{aligned} AE \times ZH + AH \times EZ = AZ^2 \Rightarrow \\ x^2 + x \sin 3^\circ = AZ^2 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$x^2 + 3; 8,24,33,59,34,28,15 x = AZ^2$$

$$[12] \begin{aligned} AB = BG = BD = \text{Crd } 2^\circ = x \\ AD = \text{Crd } 6^\circ = 6; 16,49,7,59,8,56,30 \end{aligned}$$

Dörtgen ABGD:

$$\begin{aligned} AB \times GD + BG \times AD = AG^2 \Rightarrow \\ x^2 + x \text{Crd } 6^\circ = AG^2 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$x^2 + 6; 16,49,7,59,8,56,30 x = AG^2$$

İkinci adımın amacı, denklemlerden her birinin diğer tarafını kurmaktır. [13–14] numaralı paragraflar bu adıma karşılık gelir. Daha sonra üçüncü adımda ise denklemin tamamının kurulması hedeflenir. [17] ve [18] numaralı paragraflar, Kâşî'nin geometrik önermelerden sırasıyla denklem 1 ve denklem 2'ye nasıl ulaştığını gösterir. Bunlar, sırasıyla Kâşî'nin birinci ve ikinci yöntemlerine karşılık gelir. [5] ve [6] numaralı paragraflar ise, Kâşî'nin birinci ve ikinci yöntemlerinin cebirsel yeniden düzenlemeleridir.

[13] *Elementler*'den alınan önermeye göre:

$$\begin{aligned} AT \times TZ = ET \times (2r - ET) \\ \Rightarrow AT^2 = 2r \times ET - ET^2 \end{aligned}$$

Pisagor teoremine göre, dik açılı ATE üçgeninde:

$$\begin{aligned} AE^2 = AT^2 + ET^2 \\ \text{ve } AT^2 = 2r \times ET - ET^2 \\ \Rightarrow x^2 = 2r \times ET \end{aligned}$$

[17] Kâşî yöntemi 1:

$$AT^2 = \frac{1}{4} AZ^2$$

ve [11]'den:

$$AZ^2 = x^2 + 3; 8,24,33,59,34,28,15 x \Rightarrow$$

$$AT^2 = \frac{1}{4} x^2 + 0; 47,6,8,29,53,37,3,45 x$$

$$\text{ve } ET^2 = x^2 - AT^2 \Rightarrow$$

$$ET^2 = \frac{3}{4} x^2 - 0; 47,6,8,29,53,37,3,45 x$$

$$\times 4 \rightarrow 3x^2 - 3; 8,24,33,59,34,28,15 x = EY^2$$

[13]'den:

$$x^2 = 2r \times ET, \text{ ve } EY = 2ET \Rightarrow$$

$$x^2 = r \times EY = 30 EY \Rightarrow$$

$$x^4 = 15,0; 0 EY^2 \Rightarrow$$

$$45,0; 0 x^2 - 47,6; 8,29,53,37,3,45 x = x^4$$

etc.

[14] Benzer şekilde:

$$\begin{aligned} AB^2 = AZ^2 + BZ^2 \\ \text{ve } AZ^2 = 2R \times BZ - BZ^2 \\ \Rightarrow x^2 = 2R \times BZ \end{aligned}$$

[18] Kâşî yöntemi 2:

$$AZ^2 = \frac{1}{4} AG^2$$

ve [12]'den:

$$AG^2 = x^2 + 6; 16,49,7,59,8,56,30 x \Rightarrow$$

$$AZ^2 = \frac{1}{4} x^2 + 1; 34,12,16,59,47,14,7 x$$

$$\text{ve } BZ^2 = x^2 - AZ^2 \Rightarrow$$

$$BZ^2 = \frac{3}{4} x^2 - 1; 34,12,16,59,47,14,7 x$$

$$\times 4 \rightarrow 3x^2 - 6; 16,49,7,59,8,56,30 x = BL^2$$

[14]'ten:

$$x^2 = 2R \times BZ, \text{ ve } BL = 2BZ \Rightarrow$$

$$x^2 = R \times BL = 60 BL \Rightarrow$$

$$x^4 = 1,0,0; 0 BL^2 \Rightarrow$$

$$3,0,0; 0 x^2 - 6,16,49; 7,59,8,56,28 x = x^4$$

etc.

[5] Kâşî yöntemi 1, cebir terimleriyle:

$$\begin{array}{l}
 x^2 - \left(\frac{1}{4}x^2 + 0; 47,6,8,29,53,37,3,45 x\right) = \\
 \begin{array}{l}
 \frac{3}{4}x^2 - 0; 47,6,8,29,53,37,3,45 x \\
 \xrightarrow{\times 4} 3x^2 - 3; 8,24,33,59,34,28,15 x
 \end{array} \\
 \xrightarrow{\times 15,0;0} 45,0; 0 x^2 - 47,6; 8,29,53,37,3,45 x \\
 45,0; 0 x^2 - 47,6; 8,29,53,37,3,45 x = x^4 \\
 \Rightarrow \\
 45,0; 0 x^2 = x^4 + 47,6; 8,29,53,37,3,45 x \\
 \xrightarrow{+45,0;0} \\
 \tau^2 = 0; 0,1,20 x^4 + 1; 2,48,11,19,51,29,25 x \\
 \xrightarrow{+x} \\
 x = 0; 0,1,20 x^3 + 1; 2,48,11,19,51,29,25
 \end{array}$$

[6] Kâşî yöntemi 2, cebir terimleriyle:

$$\begin{array}{l}
 x^2 - \left(\frac{1}{4}x^2 + 1; 34,12,16,59,47,14,7 x\right) = \\
 \begin{array}{l}
 \frac{3}{4}x^2 - 1; 34,12,16,59,47,14,7 x \\
 \xrightarrow{\times 4} 3x^2 - 6; 16,49,7,59,8,56,28 x
 \end{array} \\
 \xrightarrow{\times 60^2} 3,0,0; 0 x^2 - 6,16,49; 7,59,8,56,28 x \\
 3,0,0; 0 x^2 - 6,16,49; 7,59,8,56,28 x = x^4 \\
 \Rightarrow \\
 3,0,0; 0 x^2 = x^4 + 6,16,49; 7,59,8,56,28 x \\
 \xrightarrow{+3} \\
 1,0,0; 0 x^2 = \frac{1}{3}x^4 + 2,5,36; 22,39,42,58,50 x \\
 \xrightarrow{+60^2} \\
 x^2 = \frac{1}{3}0; 0,1 x^4 + 2; 5,36,22,39,42,58,50 x \\
 \xrightarrow{+x} \\
 x = 0; 0,0,20 x^3 + 2; 5,36,22,39,42,58,50
 \end{array}$$

Kâşî'nin üçüncü ve dördüncü yöntemleri [7] ve [8] numaralı paragraflarda saf cebir terimleriyle sunulmaktadır. Bu iki yöntemle ait geometrik ispatlar ise [19–23] numaralı paragraflarda yer alır. Kâşî'nin $\sin 3^\circ$ için verdiği 3;8,24,33,59,34,28,14,29 değeri [7] numaralı paragrafta yeşil renkle gösterilmiştir.

[19–22] Bulgu $EY=BZ$ Bulgu $MZ=R-BZ$ Bulgu $AZ^2=R^2-MZ^2$	[7] Kâşî yöntemi 3: $\sin 1^\circ = x \rightarrow x^2$ $\xrightarrow{+30} \frac{x^2}{30} = 0; 2x^2$ $\xrightarrow{60-()} 60 - 0; 2x^2$ $\xrightarrow{60^2-()^2} 1,0,0; 0 - (1,0,0; 0 + 0; 0,4x^4 - 4x^2)$ $= 4x^2 - 0; 0,4x^4$	[8] Kâşî yöntemi 4: $\text{Crd } 2^\circ = x \rightarrow x^2$ $\xrightarrow{+60} \frac{x^2}{60} = 0; 1x^2$ $\xrightarrow{120-()} 2; 0 - 0; 1x^2$ $\xrightarrow{120^2-()^2} 4,0,0; 0 - (4,0,0; 0 + 0; 0,1x^4 - 4x^2)$ $= 4x^2 - 0; 0,1x^4$	[23] Bulgu $BL=AK$ Bulgu $2R-AK$ Bulgu $AG^2=4R^2-(2R-AK)^2$
[7] Kâşî yöntemi 3, devamı: $-0; 0,4 x^4 = x^2 + 3; 8,24,33,59,34,28,14, 29 x$ $\Rightarrow$ $3x^2 - 0; 0,4 x^4 = 3; 8,24,33,59,34,28,14, 29 x$ $+0; 0,4x^4$ $\Rightarrow$ $3x^2 = 3; 8,24,33,59,34,28,14, 29 x + 0; 0,4x^4$ $\xrightarrow{+3}$ $\Rightarrow$ $x^2 = 0; 0,1,20 x^4 + 1; 2,48,11,19,51,29,25 x$ $\xrightarrow{+x}$ $\Rightarrow x = 0; 0,1,20 x^3 + 1; 2,48,11,19,51,29,25$		[8] Kâşî yöntemi 4, devamı: $4x^2 - 0; 0,1x^4 = x^2 + 6; 16,49,7,59,8,56,40,30 x$ $\Rightarrow$ $3x^2 - 0; 0,1x^4 = 6; 16,49,7,59,8,56,40,30 x$ $+0; 0,1x^4$ $\Rightarrow$ $3x^2 = 0; 0,1x^4 + 6; 16,49,7,59,8,56,40,30 x$ $\xrightarrow{+3}$ $\Rightarrow$ $x^2 = 0; 0,0,20x^4 + 2; 5,36,22,39,42,58,50 x$ $\xrightarrow{+x}$ $\Rightarrow x = 0; 0,0,20x^3 + 2; 5,36,22,39,42,58,50$	

Nihayet [15] ve [16] numaralı paragraflar, Uluğ Bey'in geometrik önermelerden hareketle iki denkleme nasıl ulaştığını gösterir; [3] ve [4] numaralı paragraflar ise bu denklemlerin cebirsel ifadelerini içerir.

[15]

$$ET = \frac{x^2}{2r} = \frac{x^2}{60}$$

$$\Rightarrow ET^2 = 0; 0,1 x^4$$

$$ve AE^2 = AT^2 + ET^2$$

$$\Rightarrow x^2 = AT^2 + 0; 0,1 x^4$$

$$AT^2 = \frac{1}{4} AZ^2$$

ve [11]'den:

$$x^2 + 3; 8,24,33,59,34,28,15 x = AZ^2$$

$\Rightarrow$

$$AT^2 = \frac{1}{4} x^2 + 0; 47,6,8,29,53,37,3,45 x$$

$$ve ET^2 = x^2 - AT^2 \Rightarrow$$

$$ET^2 = \frac{3}{4} x^2 - 0; 47,6,8,29,53,37,3,45 x$$

[3]

$$\sin 1^\circ = x \xrightarrow{\cdot 2} x^2 \xrightarrow{\div 60} \frac{x^2}{60} \xrightarrow{\cdot 2} \frac{x^4}{60^2} = 0; 0,1 x^4$$

$$0; 0,1 x^4 = \frac{3}{4} x^2 - 0; 47,6,8,29,53,37,3,45 x$$

$\Rightarrow$

$$0; 0,1 x^4 + 0; 47,6,8,29,53,37,3,45 x = \frac{3}{4} x^2$$

$$+ \left(\frac{LHS}{3} = \frac{RHS}{3} \right)$$

$$0; 0,1,20 x^4 + 1; 2,48,11,19,51,29,25 x = x^2$$

$$\xrightarrow{\div x} 0; 0,1,20 x^3 + 1; 2,48,11,19,51,29,25 = x$$

[16]

$$BZ = \frac{x^2}{2R} = \frac{x^2}{120}$$

$$\Rightarrow BZ^2 = 0; 0,0,15 x^4$$

$$ve AB^2 = AZ^2 + BZ^2$$

$$\Rightarrow x^2 = AZ^2 + 0; 0,0,15 x^4$$

$$AZ^2 = \frac{1}{4} AG^2$$

ve [12]'den:

$$x^2 + 6; 16,49,7,59,8,56,30 x = AG^2$$

$\Rightarrow$

$$AZ^2 = \frac{1}{4} x^2 + 1; 34,12,16,59,47,14,7 x$$

$$ve BZ^2 = x^2 - AZ^2 \Rightarrow$$

$$BZ^2 = \frac{3}{4} x^2 - 1; 34,12,16,59,47,14,7 x$$

[4]

$$\text{Crd } 2^\circ = x \xrightarrow{\cdot 2} x^2 \xrightarrow{\div 60} \frac{x^2}{60} \xrightarrow{\cdot 2} \frac{x^4}{120} = 0; 0,0,15 x^4$$

$$0; 0,0,15 x^4 = \frac{3}{4} x^2 - 1; 34,12,16,59,47,14,7 x$$

$\Rightarrow$

$$0; 0,0,15 x^4 + 1; 34,12,16,59,47,14,7 x = \frac{3}{4} x^2$$

$$+ \left(\frac{LHS}{3} = \frac{RHS}{3} \right)$$

$$0; 0,0,20 x^4 + 2; 5,36,22,39,42,58,50 x = x^2$$

$$\xrightarrow{\div x} 0; 0,0,20 x^3 + 2; 5,36,22,39,42,58,50 = x$$

[25] numaralı paragrafta Uluğ Bey, birinci denkleme yineleme yöntemiyle nasıl çözeceğini açıklar. [26] numaralı paragrafta ise, $\sin 1^\circ$ için 1;2,48,11,19,51,29,25 başlangıç değerinden yola çıkar ve sabit nokta yinelemesi yöntemini kullanmak suretiyle 1;2,49,43,11,14,44,16 nihai değerine ulaşır.

Sonuç

Uluğ Bey'in $\sin 1^\circ$ 'nin yaklaşık değeri hakkında *Zîc-i Sultânî*'deki ifadelerinin Ali Kuşçu'ya ait açıklamalarını ve Kadızâde'nin, Kâşî'nin *el-Veter ve'l-ceyb*'ine yazdığı ıslahı incelemek suretiyle bu dört âlimin matematiksel kesinlik konusundaki kolektif ara-

yışa yaptığı katkıyı belirleme imkânı bulduk. Uluğ Bey, döneminin en kesin zîcini oluşturmak amacıyla Semerkant Rasathanesi'ni kurmuş ve Kâşî'yi bu çalışmasına katılmaya davet etmiştir. 827/1424 yılında yazdığı *Muhîtiyye* adlı eseri, Kâşî'nin kesinlik tutkusunu açıkça ortaya koymuştur. *Muhîtiyye*'de $1/2^{\circ}$ ve 2° 'lik kirişlerin daha kesin yaklaşık değerlerini belirleme çabasının verdiği motivasyonla, sinüsü ya da kirişi verilen bir yay veya açının üçte birinin sinüsünü veya kirişini hesaplama problemi üzerinde durmuş ve bu konuyu 827/1424 ile 830/1427 yılları arasında kaleme aldığı tahmin edilen ve günümüzde kayıp olan *el-Veter ve'l-ceyb* adlı çalışmasında işlemiştir. Kâşî'nin ölümünden dört yıl sonra, 836/1432 yılında ise Kadızâde, oldukça öz ve karmaşık bulduğu *el-Veter ve'l-ceyb*'in üzerine bir ıslah yazdı.

Kadızâde'nin yaklaşık 840/1437 yılına tarihlenen vefatının ardından, yani *Zîc-i Sultânî*'nin telif süreci devam ederken Ali Kuşçu, eserin tamamlanması (843/1439-40) için Uluğ Bey'e yardım etti. 836/1432 ile 843/1440 yılları arasında bir tarihte, Uluğ Bey, Kâşî'nin risalesini yeni bir çalışmaya uyarladı ve Kâşî'nin yöntemlerine getirdiği değişiklikleri buna ekledi. Böylece Uluğ Bey'in eseri, kendisine ve Kâşî'ye ait yöntemlerin bir sentezi hâline geldi. Uluğ Bey'in ölümünün (853/1449) ardından Semerkant'ta patlak veren siyasi karışıklıklar ve Türkmen konfederasyonlarının Horasan'a yönelik sürekli rekabet ve çatışmaları, Ali Kuşçu'yu en az iki kez göç etmeye zorladı: Önce Semerkant'tan Herat'a, ardından da Herat'tan İstanbul'a geçti. İstanbul'da iken vefatından kısa bir süre önce *Zîc-i Sultânî* şerhini kaleme aldı.

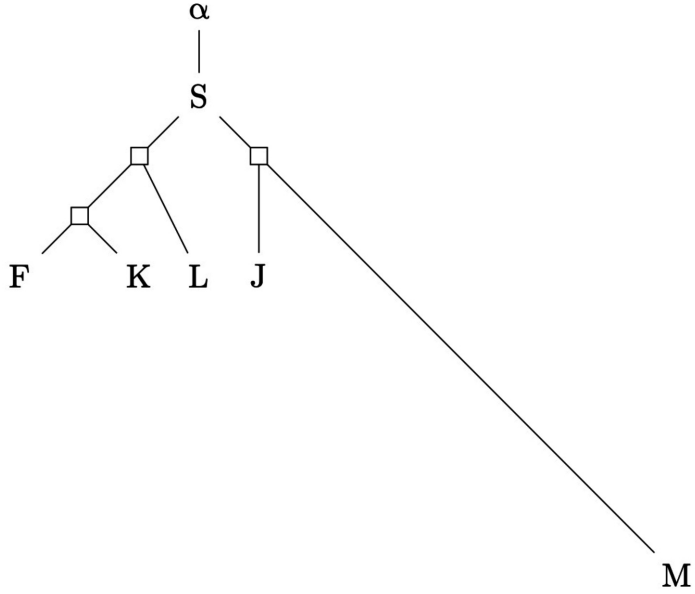
Ali Kuşçu, sin 1° 'yi daha kesin yaklaşık belirleme yöntemi keşfettiğini iddia eden Uluğ Bey'in bu görüşünü açıklarken büyük ölçüde onun kayıp risalesine dayanmaktadır. Ali Kuşçu şerhinin bu bölümü, Uluğ Bey'in yaklaşık hesaplama yöntemine dair elimizdeki tek tam kayıttır. Yine bu kayıt Kâşî'nin denklemleri kurmaya yönelik dört yöntemini de günümüze taşımaktadır. Kadızâde'nin ıslahının, özellikle geometrik gösterim açısından, Kâşî'nin yöntemlerini yeterince eksiksiz sunmadığı dikkate alınırsa Ali Kuşçu şerhi, Kâşî'nin yöntemlerini en eksiksiz ve özgün hâliyle yeniden ortaya koyabilmemiz için temel bir kaynak niteliğindedir.

Ek 1. Ali Kuşçu'nun *Zîc-i Sultânî Şerhi* İçin Takribi Stemma

878/1473

879/1475

886/1481



Ek 2.

Tenkitli Neşirle İlgili Önemli Kısaltmalar

Kısaltma	Açıklama
ها	Hamişte (<i>hâmiş</i>)
شا	Üzeri çizilmiş (<i>meştûb</i>)
فا	Satırın üstünde (<i>fevka's-satr</i>)
تا	Satırın altında (<i>tahte's-satr</i>)
[	<i>Lemmayı</i> varyanstan ayırır
:	Varyansı görüldüğü nüshalardan ayırır
=	Bir <i>lemmayı</i> paylaşan iki varyansı ayırır
-	Eksiktir
+	<i>Lemmadan</i> sonra eklidir
ج	İstanbul: Süleymaniye Kütüphanesi, Carullah Efendi 1493, 57a, 64b-72b
ف	İstanbul: Millet Kütüphanesi, Feyzullah Efendi 1342, 39b-40a, 45b-51b
ک	İstanbul: Kandilli Rasathanesi Kütüphanesi 262, 178b, 181b-184b
ل	Tahran: Kitabhâne-yi Millî 20127, 82, 94-106
م	Ann Arbor: University of Michigan Library, Islamic Manuscripts, MS 827 (Şafer 886/ Nisan 1481 başlarında Tebriz'de çoğaltılmıştır), 97, 110-122

Ek 3.

Uluğ Bey'in sin 1°'yi hesaplama yöntemine atıfta bulunduğu Zîc-i Sultânî II.2'deki pasaj

و جیب یک درجه که بنای عمل جدول جیب و ظل بر آن است الی یومنا هذا هیچ کس به
طریقۃ^{۴۱} برهانی استخراج نکرده و همۀ حکما تصریح کرده‌اند به آن که^{۴۲} طریقۃ^{۴۳} علمی^{۴۴}
به استخراج آن نیافته‌اند و حیلت کرده‌اند تا به تقریب به دست آورده‌اند. و ما بعنایة الله ومنه
بطریقۃ برهانی ملهم شدیم و در بیان آن علی حده کتابی پرداختیم و به آن جیب برهانی این
جداول عمل کردیم.^{۴۵}

Sinüs ve tanjant tablolarının oluşturulmasında temel [değer] olan sin 1° bugüne kadar burhanî bir yöntemle hesaplanamamıştır. Hükemanın tamamı bunun ilmî [gerekçelere dayalı] bir yöntemle hesaplanamadığını beyan etmiş ve yaklaşık bir değer elde etmek için çeşitli dolaylı yöntemlere (*hiylet*) başvurmuşlardır. Bize ise, ilahi inayet ve lütuf sayesinde, burhanî bir yöntem ilham edildi; bu yöntemin açıklamasına dair müstakil bir kitap kaleme aldık ve bu [sinüs] tablolarını da söz konusu sin 1° değeri] üzerine oluşturduk.

41 به طریقۃ [بطریق: ج.

42 به آن که [با: ج، ک، م + نکه: فام.

43 طریقۃ [طریق: ج، ف، ک، ل، م.

44 علمی [عملی: ک.

45 Bu metin, Ali Kuşçu şerhinin yazmalarından alınmıştır. Krş. L.P.E.A. Sédillot, *Prolégomènes des Tables Astronomiques d'Oloug-Beg* (Paris: Typographie de Firmin Didot Frères, 1847) 344; tekrar neşir: Fuat Sezgin, *Islamic Mathematics and Astronomy*, c. 52 (Frankfurt am Main: Institut für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften, 1998).

Ek 4.

Zîc-i Sultânî II.2' de yer alan lemma üzerine Ali Kuşçu'nun şerhi

[۱] ... حاصل آمد چندین **ا ب مط مب یز یه یب**، و این جیب یک درجه است به تقریب. این است حیلتي که حکما در استعمال جیب یک درجه کرده‌اند.

[۲] بعد از این طریق برهانی که مصنف قدس سره به آن مهتدی شده بیان کنیم:

[۳] و آن چنان است که جیب یک درجه را شیء فرض کنیم، پس مربع او را که مال است بر شست⁴⁶ قسمت کنیم. و مربع خارج قسمت که یک ثانیه مال مال بود مساوی ثلاثه ارباع مال باشد الا این قدر اشیا **مز و ح کط نج لز ج مه ثامنه**.⁴⁷ پس یک ثانیه مال مال و این مقدار اشیا معادل ثلاثه ارباع مال باشد. و چون ثلث هر یک از معادلین را بروی افزایشیم یک ثانیه و بیست ثالثه مال مال و این عدد اشیا، اعنی عدد مذکور مزیداً علیه ثلثه، **ا ب مح یا یط نا**⁴⁸ **کط که سابعه** معادل باشد با مال. و چون هر یک از معادلین را یک مرتبه حط کنیم، یک ثانیه و بیست ثالثه مکعب و این عدد مذکور معادل باشد با یک شیء.

[۴] و اگر خواهیم وتر دو درجه را شیء فرض کنیم و مربع او را بر شست⁴⁹ قسمت کنیم، مربع نصف خارج قسمت که **یه ثالثه** مال مال است⁵⁰ مساوی ثلاثه ارباع مال باشد الا این قدر اشیا **ا لد یب یو نط مز**⁵¹ **ید ز سابعه**.⁵² پس **یه ثالثه** مال مال و این مقدار اشیا معادل ثلاثه ارباع مال باشد. و چون ثلث هر یک از معادلین را بروی افزایشیم و یک مرتبه منخط گیریم، **ک ثالثه** مکعب و این عدد **ب ه لو کب لط مب نج ن سابعه** معادل یک شیء شود.

46 شست [شصت: ک، م.

47 ثامنه [نانه: ک.

48 نا: نا، ج، م.

49 شست [شصت: ج، ک.

50 است] + ا: ک.

51 مز] مب: ف، ک.

52 سابعه [ثامنه: ل.

[۵] طریقی دیگر: جیب یک درجه را شیء فرض کنیم و ربع مال و این قدر اشیا را **مز و ح کط نج لز ج مه ثامنه** از مال نقصان کنیم، ثلاثه اربع مال الا اشیای⁵³ مذکور⁵⁴ باقی ماند. چون این باقی را در چهار ضرب کنیم، سه مال الا این اشیا **ج ح کد لیح نط لد کح یه سابعه** شود. چون این مبلغ را در **یه مرفوع مره** ضرب کنند، **مه مرفوع مره** مال شود الا این اشیا **مز و ح کط نج لز ج مه سادسه**. و این معادل با مال مال باشد. پس **مه مرفوع مره** مال معادل بود با یک مال مال و این اشیای مذکور. و چون هر یک از معادلین را بر **مه مرفوع مره** قسمت کنند، ظاهر شود که یک مال معادل است با یک ثانیه و بیست ثالثه مال مال و این قدر اشیا **ا ب مح یا یط نا⁵⁵ کط که سابعه⁵⁶** و چون حظ هر یک از معادلین کنند، یک شیء معادل شود با یک ثانیه و بیست ثالثه مکعب و عدد مذکور.

[۶] و اگر خواهیم وتر دو درجه را شیء فرض کنیم و ربع مال و این قدر اشیا را **ا لد یب یو نط مز ید ز سابعه** از مال نقصان کنیم، سه ربع مال الا اشیای مذکور باقی ماند. و چون این باقی را در چهار ضرب کنند، سه مال شود الا این قدر اشیا و **یو مط ز نط ح نو کح⁵⁷ سابعه**. و چون مربع شست را در این مبلغ ضرب کنند، سه مال مرفوع مرتین الا این قدر اشیا و **یو مط ز نط ح نو کح⁵⁸ خامسه** شود.⁵⁹ و این معادل مال مال باشد، پس سه مال مرفوع مرتین معادل مال مال و اشیای مذکور باشد. و⁶⁰ لازم آید که⁶¹ یک مال مرفوع مرتین معادل ثلث مال مال و این قدر اشیا **ب ه لو کب لط مب نح خامسه** باشد. و چون هر

53 [اشیای] ساء: ج، م.

54 مذکور [مذکوره: ل.

55 نا: نا: م.

56 سابعه [فاج.

57 کح [تال = ل: ج، ف، ک، ل، م.

58 کح [ل: ج، ف، ک، ل، م.

59 شود] - ج.

60 و] - ک.

61 که] - م.

یک از عدیلین را بر مربع شست قسمت کنیم، یک مال معادل ثلث یک ثانیه مال مال و این قدر اشیا **ب ه لو کب لط مب نح ن سابعه** شود.⁶² و باز حط هر یک از عدیلین کنیم، ظاهر شود که یک شیء معادل بیست ثلثه مکعب و عدد مذکور باشد.

[۷] طریق دیگر: جیب یک درجه را شیء فرض کنیم و مربع او را که مال است بر سی⁶³ قسمت کنیم و خارج قسمت را که دو دقیقه مال است از شست⁶⁴ نقصان کنیم،⁶⁵ باقی ماند شست عدد الا دو دقیقه مال. پس مربع باقی را که **ا . . ا** عدداً و چهار ثانیه مال است الا چهار مال از مربع شست که **ا . . ا** عدداً است نقصان کنیم، باقی ماند چهار مال الا چهار ثانیه مال مال. و این معادل یک مال و این قدر اشیا **ج ح کد لج نط لد کح ید کط ثامنه**⁶⁶ است. و چون یک⁶⁷ مال که مشترک است از عدیلین نقصان کنیم، سه مال الا چهار ثانیه مال مال معادل اشیا مذکور باشد. و چون چهار ثانیه مال مال را بر اشیا مذکور افزایشیم، معلوم شود که سه مال معادل اشیا مذکور است با چهار ثانیه⁶⁸ مال مال. و لازم آید که یک مال معادل یک ثانیه و بیست ثلثه مال مال و ثلث اشیا مذکور باشد،⁶⁹ اعنی **ا ب مح یا یط نا**⁷⁰ **کط که سابعه**. و چون هر یک از عدیلین را یک مرتبه حط کنیم، لازم آید که یک شیء معادل یک ثانیه و بیست ثلثه مکعب و این عدد مذکور باشد، چنانچه به وجوه سابقه لازم آمده بود.

62 [و-ج، -ف، -ک، -م.

63 سی [شی: ف، ک.

64 شست [شصت: ج، ک.

65 کنیم [-ج.

66 ثامنه [ثانیه: ل.

67 یک [-ج.

68 ثانیه [+ مذکور: شاف.

69 باشد [هاف «صح».

70 نا [با، ج، ک، م.

[۸] و اگر خواهیم وتر دو درجه را شیء فرض کنیم و مربع او را که مال است بر شست⁷¹ قسمت کنیم و خارج قسمت را که یک دقیقه مال است از صد و بیست نقصان کنیم، ب ۰ عدد⁷² الا یک دقیقه مال باقی ماند. پس مربع باقی را که د⁷³ ۰ ۷۴ عدداً و یک ثانیه مال مال است الا چهار مال از د⁷⁵ ۰ ۷۶ عدداً نقصان کنیم، باقی ماند چهار مال الا یک ثانیه مال مال، و این مساوی یک مال⁷⁷ و این قدر اشیا و یو مط ز نط ح نول سابعه باشد. و چون یک مال را که میان عدیلین مشترک است از عدیلین نقصان کنیم و مستثنی⁷⁸ را که یک ثانیه مال مال است بر عدیلین افزایشیم، ظاهر شود که سه مال معادل یک ثانیه مال مال و اشیا مذکور است. و چون هر یک از معادلین را به ثلث رد کنیم، معلوم شود که یک مال معادل بیست ثلثه مال مال و ثلث اشیا مذکور است، اعنی **ب ه لو کب لط مب نج ن سابعه**. و چون حط هر یک از معادلین کنیم، ظاهر شود که یک شیء معادل بیست ثلثه مکعب و عدد مذکور است.⁷⁹

[۹] برهان بر این جمله مبتنی بر دو مقدمه است، یکی⁸⁰ در **مجسطی** مبین است و دیگری در اقلیدس. اما مقدمه **مجسطی** آن است که هر ذو اربعه اضلاع که در دایره‌ای واقع شود، چون متقابلین از این چهار ضلع را مسطح کنند، مجموع این دو مسطح⁸¹ مساوی باشد با مسطح دو قطر این ذی اربعه اضلاع. و مقدمه اقلیدس آن است که هر دو وتر که در دایره‌ای تقاطع کنند، مسطح دو قسم یک وتر مساوی بود با مسطح دو قسم وتر دیگر.⁸²

71 شست [شست: ج، ک.

72 عدداً [عدد: ج، ک + = ا: فاک.

73 ۰ [فال.

74 ۰ [-ج، -ف، -ک، -م.

75 ۰ [فال.

76 ۰ [-ج، -ف، -ک، -م.

77 مال [+ را که مان: شاج.

78 مستثنی [بسی: ک.

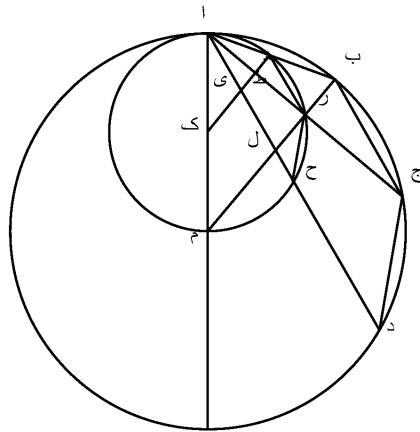
79 مذکور است [مذکور است: ج.

80 یکی [-م.

81 مسطح [سطح: ف، ک، ل.

82 وتر دیگر [و نزدی کتر: ک.

[۱۰] و بعد از تقدیم این دو مقدمه، دایرهٔ ابجد بر مرکز م رسم کنیم و هر یک از قوس اب ب ج ج د به قدر دو درجه فصل کنیم و اوتار اب ب ج ج د اج اد وصل کنیم و قطر ام اخراج کنیم. و بر منتصف ام، اعنی بر نقطه ک، نصف دایرهٔ ام رسم کنیم، لا محاله اوتار اب اج اد را بر نقطه^{۸۳} ه ز ح تنصیف کند به جهت آن که اقطاری که از نقطهٔ م^{۸۴} بر این نقطه^{۸۵} سه گانه آید عمود باشد بر هر یک از این اوتار سه گانه به شکل سی ام از مقالهٔ سیوم.^{۸۶} و هر یک از^{۸۷} سه قوس اه ه ز ح دو درجه از دایرهٔ خرد باشد زیرا که نسبت اوتار این قسی با نصف قطر دایرهٔ خرد چون نسبت اوتار قسی دایرهٔ بزرگ است با نصف قطر او.^{۸۸} و^{۸۹} قطر بزم اخراج کنیم تا وتر اد را بر ل قطع کند. و همچنین نصف قطر که اخراج کنیم تا وتر از را بر ط تنصیف کند زیرا که از مرکز به منتصف قوس آمده و وتر اح را بر ی قطع کند.^{۹۰} و ه ط مساوی طی باشد و ب ز مساوی زل زیرا که دو زاویهٔ باج و جاد متساویانند به شکل بیست و ششم از مقالهٔ سیوم. و خط از عمود است بر هر یک از دو خط ه ک ب م به شکل سیوم از مقالهٔ سیوم.



۸۳ [نقطه: ج، ک.

۸۴ [م + برن نقطه م: شک.

۸۵ [نقطه: ج، ک.

۸۶ [سیوم: سیوم: ج.

۸۷ [از] ازن سه قوس: ک.

۸۸ [با نصف قطر او. و] هام.

۸۹ [او و نصف قطر] - ج.

۹۰ [کند] کنند: ج.

[۱۱] پس در دایره خرد^{۹۱} به وصل هز زح ذی اربعه اضلاع اه زح واقع شود. و اه جیب یک درجه باشد و اح جیب سه درجه باشد. پس به حکم مقدمه **مجسطی**، سطح اه در زح، اعنی مربع اه، با سطح اح در هز، مجموع این هر دو مساوی بود با مربع از. و چون جیب یک درجه را شیء فرض کنند، در ذی اربعه اضلاع اه زح، سطح اه در زح مال بود و سطح هز در اح اشیا بود به عدد جیب سه درجه، اعنی **ج ح کد لج**^{۹۲} **نط لد کح یه سابعه**. و^{۹۳} مجموع این هر دو مسطح^{۹۴} مساوی بود با مربع قطر از.

[۱۲] و به حکم همین مقدمه، چون وتر دو درجه را شیء فرض کنند، در ذی اربعه اضلاع اب ج د^{۹۵} سطح اب در ج د مال بود و سطح ب ج در اد اشیا بود^{۹۶} به عدد وتر شش درجه، اعنی **و یو مط ز نط ح نول سابعه**. و مجموع این هر دو مسطح^{۹۷} مساوی بود با مربع قطر اج.

[۱۳] و به حکم مقدمه اقلیدس، مربع اط مساوی بود با سطح ه ط در تمام او از قطر دایره خرد. و مربع اه که جیب یک درجه است که مال فرض کرده ایم، مساوی بود با سطح ه ط در قطر دایره خرد، به جهت آن که مربع اه به حکم شکل عروس مساوی بود با مجموع مربع اط و مربع ه ط.

[۱۴] و به حکم همین مقدمه اقلیدس، مربع اب که مال فرض کرده ایم مساوی بود با^{۹۸} سطح ب ز در قطر دایره بزرگ.

۹۱ [خرد] خردتر: ک.

۹۲ [لج] مج: ج.

۹۳ [و] -ک.

۹۴ [مسطح] سطح: ج، ف، ک، م.

۹۵ [اب ج د] اب ج د: م.

۹۶ [بود] + بر: شاج.

۹۷ [مسطح] سطح: ک.

۹۸ [با] فاج.

[۱۵] و چون این مقدمات مقرر شد، آن که گفته است⁹⁹ در طریق اول که مربع جیب یک درجه را که مال است بر شست¹⁰⁰ قسمت کنیم و مربع خارج قسمت مساوی ثلاثه ارباع مال باشد الا این قدر اشیا **مز و ح کط نج لز ج مه ثامنہ**¹⁰¹ وجهش آن است که مبین شد¹⁰² که مربع اه مساوی سطح هط در قطر دایره خرد است. و قطر دایره خرد چون مساوی نصف قطر دایره بزرگ است، شست¹⁰³ درجه باشد. پس خارج قسمت مال بر شست که یک دقیقه مال باشد مقدار خط هط باشد. و مربع خط هط که یک ثانیه مال مال باشد با مربع اط مساوی مال است به حکم شکل عروس. لیکن مربع اط ربع مربع از است، پس مساوی بود با ربع مال و ربع عدد اشیایی که مربع از مشتمل بر آن است، اعنی¹⁰⁴ **مز و ح کط نج لز ج مه ثامنہ**. و چون از مال نقصان کنند، مربع خط هط مساوی ثلاثه ارباع مال باشد الا اشیای مذکور. و باقی اعمال ظاهر است کسی را که بر اعمال جبر و مقابله واقف است.

[۱۶] و اما آن که گفته است¹⁰⁵ وتر دو درجه را شیء فرض کنیم و مربع او را بر شست قسمت کنیم، مربع نصف خارج قسمت که **یه**¹⁰⁶ **ثالثه** مال مال است مساوی ثلاثه ارباع مال باشد الا این قدر اشیا **ال د یب یو نط مز ید ز سابعه**، وجهش آن است که مربع خط اب که¹⁰⁷ مال است مساوی سطح¹⁰⁸ خط ب ز است در قطر دایره بزرگ. پس چون بر شست که نصف قطر دایره بزرگ است قسمت کنند، یک دقیقه مال که ضعف خط ب ز است خارج شود. پس خط

99 [است] + که: شال.

100 شست [شصت: ک.

101 ثامنہ [تاج.

102 شد [شده: ج، ف، ک، م.

103 شست [شصت: ل.

104 اعنی] + نامہ و حون ار مال: شاف.

105 [است] + که: شاف.

106 یه] - ج.

107 که] - ل.

108 سطح] مسطح: م.

بز سی ثانیه مال باشد و مربع او **یه ثالثه** مال مال باشد. و چون با مربع از مساوی مال است به حکم شکل عروس، باید که چون مربع از را از مال نقصان کنند، آنچه ماند مساوی مربع بز باشد. لیکن مربع از ربع مربع اچ است، پس مساوی بود با ربع مال و ربع عدد اشیایی که مربع اچ مشتمل بر آن است. پس لازم آید که مربع بز که **یه ثالثه** مال مال است مساوی ثلاثه اربع مال الا اشیای مذکوره باشد. و باقی اعمال به¹⁰⁹ برهان جبر و مقابله ظاهر است.

[۱۷] و اما آن که در طریق دوم گفته است که جیب یک درجه را شیء فرض کنیم و ربع مال و اشیایی که ذکر کرده شده از مال نقصان کنیم، ثلاثه اربع مال الا اشیای¹¹⁰ مذکور¹¹¹ شود، وجهش آن است که مربع خط اط مساوی ربع مربع از است، اعنی یک مال و این قدر اشیای **ج ح کد لچ نط لد کح یه سابعه**. پس چون ربع مال و ربع اشیای مذکور، اعنی **مز و ح کط نج لز ج مه ثامنه**، را از مال¹¹² نقصان کنند، ثلاثه اربع مال الا¹¹³ این اشیای مذکور باقی ماند و این مساوی مربع خط **ه ط** باشد. و چون این باقی را در چهار ضرب کنند، سه¹¹⁴ مال الا این اشیای **ج ح کد لچ نط لد**¹¹⁵ **کح یه سابعه** حاصل شود. و این مربع خط **ه ی** باشد. و مقرر کرده ایم که سطح خط **ه ط** در قطر دایره خرد که شست است مساوی مال است. پس سطح **ه ی** که ضعف **ه ط** است در سی درجه که نصف قطر دایره خرد است مساوی مال باشد. و چون مربع **ه ی** را در مربع سی درجه، اعنی **یه مرفوع مره**، ضرب کنند، **مه مرفوع مره** مال شود الا این اشیای **مز و ح کط نج لز ج مه سادسه**. و این مبلغ مساوی مال مال باشد. و باقی اعمال به¹¹⁶ برهان جبر و مقابله ظاهر است.

109 [به] - ک.

110 اشیای [ساء: م.

111 مذکور [مذکوره: ل.

112 مال [ف، - ک.

113 الا [ج.

114 سه [ک.

115 لد [لو: ج.

116 [به] - ف، - ک.

[۱۸] و اما آن که گفته است که وتر دو درجه را شیء فرض کنیم و ربع مال و اشیایی که ذکر کرده از مال نقصان کنیم، ثلاثه ارباع مال الا اشیای مذکور^{۱۱۷} شود، وجهش آن است که مربع خط از ربع مربع^{۱۱۸} خط اج است، اعنی یک^{۱۱۹} مال^{۱۲۰} و این قدر اشیا و یو مط ز نط ح نول سابعه. پس چون ربع مال و ربع اشیای مذکور اعنی **ال د ی ب یو نط مزید ز سابعه** را از مال نقصان کنند، سه ربع مال الا اشیای مذکور باقی ماند. و این مساوی مربع خط بز باشد. و چون این^{۱۲۱} باقی را در چهار ضرب کنند، سه مال شود الا این قدر اشیا و **یو مط ز نط ح نول**. و این مساوی مربع خط بل که ضعف خط بز است باشد. و مقرر کرده بودیم که سطح^{۱۲۲} بز در قطر دایره بزرگ که صد و بیست است مساوی مال است. پس سطح خط بل در نصف قطر که شست است هم مساوی مال^{۱۲۳} باشد. و چون مربع خط بل را در مربع شست^{۱۲۴} ضرب کنند، مساوی مال مال باشد. و باقی^{۱۲۵} اعمال ظاهر است.

[۱۹] و اما آن که در طریق سیوم گفته است که مال را بر سی قسمت کنیم، برای آن گفته است که مقدار خط هی را معلوم کند و بیانش در این زودی گذشت. و آن که گفته است از شست نقصان کنیم، برای آن گفته است که وتر تمام قوس از تا نصف معلوم شود، اعنی خط مز. زیرا که هی برابر بز است به جهت آن که نسبت اه با اب چون نسبت هی است با بل، لیکن اه نصف اب است، پس هی نصف بل اعنی بز باشد. و آن که گفته است که مربع باقی را از مربع شست نقصان کنیم، برای آن گفته است که مربع خط از را معلوم

۱۱۷ مذکور [مذکوره: ج.

۱۱۸ خط از ربع مربع [هال «صح».

۱۱۹ یک + یک: ک + = ز: فاک.

۱۲۰ مال [ک.

۱۲۱ این [ان: ج.

۱۲۲ سطح [مسطح: ج.

۱۲۳ است. پس سطح خط بل در نصف قطر که شست است هم مساوی مال [م.

۱۲۴ شست [شصت: ج.

۱۲۵ و باقی [ک.

کند. چه مربع وتر هر قوسی با مربع وتر تمام آن¹²⁶ قوس تا به نصف مساوی مربع قطر است به شکل عروس، و قطر دایره خرد شست است چنانچه گذشت. این بود بیان آن چه تعلق به هندسه داشت در این وجه.

[۲۰] اما بیان آن چه تعلق به جبر و مقابله دارد: آن¹²⁷ که گفته است که مربع شست عدد الا دو دقیقه مال ۰.۰۱ عدداً و چهار ثانیه مال مال است الا چهار مال، بیانش آن است که در علم جبر و مقابله مبرهن شده که چون جبری¹²⁸ را که استثنا در او واقع شده در مثل او ضرب کنند، مضروب مستثنی منه در¹²⁹ مستثنی منه¹³⁰ و مضروب مستثنی در مستثنی هر دو را جمع کنند و مضروب مستثنی در مستثنی منه و مضروب مستثنی منه در مستثنی این هر دو را از مجموع نقصان¹³² کنند، باقی حاصل ضرب باشد. پس به حکم این مقدمه، مضروب شست در شست را که ۰.۰۱ عدداً¹³³ است با مضروب دو دقیقه مال در نفس خودش که چهار ثانیه مال مال است جمع کنند. و از مجموع مضروب مستثنی منه که شست¹³⁴ است در مستثنی که دو دقیقه مال است و آن دو مال باشد با مضروب عکس آن که هم دو مال باشد، نقصان کنند. حاصل ضرب آن باشد که گفته است.

[۲۱] و اما آن که گفته که چون ۰.۰۱ و چهار ثانیه مال مال الا چهار مال را از ۰.۰۱ عدداً نقصان کنند،¹³⁵ چهار مال الا چهار ثانیه مال مال باقی ماند،¹³⁶

126 آن [فاک].

127 آن + است: ج، ف، ک، ل، م.

128 جبری [عددی: ج، ف، ک، ل، م].

129 در + مضروب: شاف.

130 مستثنی + در مسی: شاف.

131 در مستثنی منه [هال «صبح»].

132 نقصان [کم: ج، م].

133 عدداً [عدد: ج].

134 شست [شصت: ل].

135 کنند + باقی: ف، ک، ل.

136 ماند [اند: ج].

بنا بر آن است که در علم جبر و مقابله معلوم شده که چون جبری را که در او استثنا واقع شده از دیگری نقصان کند، باید که مستثنی را بر منقوص¹³⁷ منه افزایشند، بعد از آن مستثنی منه را به تمام از او نقصان کنند. پس به حکم این مقدمه، مستثنی را که چهار مال است بر منقوص منه که **ا . ۰ . ۰** عدد¹³⁸ است افزودیم، **ا . ۰ . ۱39** که در جانب منقوص منه است به نقصان مثل او تمام ساقط شود و چهار مال باقی ماند. و چون چهار ثانیه مال از او نقصان کنند، چهار مال الا چهار ثانیه¹⁴⁰ مال باقی ماند چنانچه گفته است.

[۲۲] و اما آن که گفته است که این معادل یک مال و این قدر اشیا **ج ح** **کد لج نط لد کح ید کط**¹⁴¹ است، بیانش آن است که این مساوی مربع خط از است. و در این زودی بیان کرده ایم که مربع خط از مساوی یک مال و اشیای مذکور است. و باقی اعمال ظاهر است.

[۲۳] و اما آن که گفته که¹⁴² مال را بر شست قسمت کنیم، برای آن گفته که مقدار خط بل معلوم کند. و آن که گفته که خارج قسمت را از صد و بیست نقصان کنیم، برای آن گفته که وتر تمام قوس اج را تا به نصف می خواهد¹⁴³ معلوم کند.¹⁴⁴ و آن که گفته که مربع باقی را از **د . ۰ . ۱45** عدد¹⁴⁶ نقصان کنیم، برای آن گفته که مربع وتر قوس اج را معلوم کند. چه در این زودی گذرانیدیم که مجموع مربع وتر قوس با مربع وتر تمام آن قوس تا به نصف مساوی مربع قطر است به شکل عروس. و آن که گفته که این مساوی یک مال و این

137 منقوص [منقصوص: ج.

138 عدد] عدد: ج.

139 [۰ . ۰ - م.

140 ثانیه [سانه: ج.

141 کط - ج، - م.

142 که [+ خارج: شک + = ز: فاک.

143 خواهد [خوانند: ج.

144 کند [کند: ج.

145 از [در: ل.

146 [۰ - ج، - ف، - ک، - م.

قدر اشیا است و **یو**¹⁴⁷ **مط ز نط ح نول سابعه**، بیان آن در مقدمه **مجسطی** مذکور شده. و باقی اعمال ظاهر است.

[۲۴] و چون قوسی که اه جیب او است ثلث قوسی فرض کرده‌ایم¹⁴⁸ که اح جیب او است و به براهین مذکور مقرر شد که جیب اه معادل یک ثانیه و بیست ثانیه مکعب خودش با ثلث جیب اح است، پس ثلاثه امثال جیب اه معادل چهار ثانیه مکعب جیب اه با جیب اح باشد. پس جیب اح از ثلاثه امثال جیب اه کمتر باشد به چهار ثانیه مکعب جیب اه. پس جیب هر قوسی کمتر باشد از ثلاثه امثال جیب ثلث خودش به مضروب مکعب جیب ثلث در چهار ثانیه. [۲۵] و چون مقرر شد که مجهول که آن وتر دو درجه است یا جیب یک درجه و ما آن را شیء فرض کرده‌ایم، معادل اجزای مکعب آن شیء است با عددی معین، به جهت استعمال این شیء عددی را¹⁴⁹ که با اجزای¹⁵⁰ مکعب معادل شیء است، شیء نامعدل گوئیم. و مکعب او را اگر مجهول وتر دو درجه باشد در بیست ثانیه و اگر مجهول جیب یک درجه باشد در یک ثانیه و بیست ثانیه ضرب کنیم. و حاصل ضرب را بر شیء نامعدل افزایشیم تا شیء قریب به مقصود حاصل آید. باز مکعب این شیء را در اجزای مذکوره¹⁵¹ ضرب کنیم و محصول را بر شیء نامعدل افزایشیم تا شیء دیگر اقرب حاصل آید. و بر این موجب مره بعد اخیری عمل می‌کنیم تا شیء که تالی است مساوی شیء مقدم شود. پس آن شیء محقق و معدل باشد و آن وتر دو درجه یا جیب یک درجه باشد.

[۲۶] و ما به جهت استعمال جیب یک درجه شیء نامعدل را که **ا ب مح** یا **یط نا کط که سابعه** است مکعب ساختیم، حاصل شد **ا ح مح ل کج لول** **مب یز مج تاسعه**. پس این مکعب در **ا¹⁵² ک ثلاثه** ضرب کردیم، حاصل شد

147 یو: نو: ج.

148 کرده‌ایم: کنیم: ک.

149 را: م.

150 با اجزای [باجزاء: ج، ل + = ا: فال.

151 مذکوره [مذکور: م.

152 ا: م.

۰۰الا مد م لا کح^{۱۵۳} ثامنہ. پس این حاصل را بر شیء نامعدل افزودیم، حاصل شد شیء قریب^{۱۵۴} اب مط مج د لب ۰ نج ما ثامنہ. باز این شیء قریب را مکعب ساختیم، حاصل شد ا ح نج لب د ج ن نط^{۱۵۵} ید نر تاسعہ. پس این مکعب را در^{۱۵۶} ک ثالثہ ضرب کردیم، حاصل شد ۰۰الا نا کب مه که ح ثامنہ. و این حاصل را بر شیء نامعدل افزودیم، حاصل شد شیء اقرب اب مط مج یا ید ید ن ح ثامنہ. مکعب این حاصل گرفتیم، شد ا ح نج لب کوز ۰ کب ی ثامنہ. پس^{۱۵۷} این مکعب را در ا ک ثالثہ ضرب کردیم، حاصل شد ۰۰الا نا کج ید مط ک ثامنہ. و حاصل را بر شیء نامعدل افزودیم، حاصل شد شیء اقرب از اقرب اب مط مج یا ید مد ید ک ثامنہ. باز این حاصل را مکعب ساختیم، حاصل شد ا ح^{۱۵۸} نج لب کوح لز ه لد ثامنہ. پس این مکعب را در ا ک ثالثہ ضرب کردیم، حاصل شد ۰۰الا نا کج ید^{۱۵۹} نا کط ثامنہ. باز این حاصل را بر شیء نامعدل افزودیم، حاصل شد آنچه مقصود است، اب مط مج یا ید مد یو سابعہ، به جهت آن که بر این قرار یافت. زیرا که مکعب این عدد را چون در ا ک ثالثہ ضرب کنی و حاصل را بر شیء نامعدل افزایی، همین عدد بعینه حاصل شود بی هیچ تفاوت. پس این جیب یک درجه است.

۱۵۳ با تاسعہ. پس این مکعب در ا ک ثالثہ ضرب کردیم حاصل شد ۰۰الا مد م لا کح ما [ک-ک.

۱۵۴ قریب [اقرب: م.

۱۵۵ نط [بط: ک.

۱۵۶ [ا-م.

۱۵۷ پس [م-م.

۱۵۸ ح [ج: ج، ف، ک، ل، م.

۱۵۹ ید [ند: م.

Ek 5.

Zîc-i Sultânî II.2 Üzerine Ali Kuşçu Şerhinin Çevirisi

[1] ...böylece sin 1° için yaklaşık olarak belirlenen 1;2,49,42,17,15,12 değeri elde edildi. Hükema tarafından sin 1°'nin [yaklaşık değerini] belirlemek için kullanılan dolaylı yöntem (*hiyletî*) bundan ibarettir.

[2] Şimdi, müellifin -kuddise sırruhu- keşfettiği burhanî yöntemi açıkla-
yacağız:

[3] Bu yöntem şöyledir: Sin 1°'yi bilinmeyen olarak kabul edelim.¹ Sonra bu bilinmeyenin karesini -ki buna *mâl* denir- 60'a bölelim.² Elde edilen kısmın karesi, yani 0;0,1 bilinmeyenin karesinin karesi,³ 3/4 bilinmeyenin karesi eksi 0;47,6,8,29,53,37,3,45 bilinmeyene eşittir. Bu durumda 0;0,1 bilinmeyenin karesinin karesi ile [0;47,6,8,29,53,37,3,45] bilinmeyenin toplamı, 3/4 bilinmeyenin karesine eşit olur. Eğer denklemin her iki tarafına kendi üçte birini eklersek, 0;0,1,20 bilinmeyenin karesinin karesinin ile 1;2,48,11,19,51,29,25 bilinmeyen -ki bu da az önceki [0;47,6,8,29,53,37,3,45] değerine, üçte birinin eklenmesiyle elde edilmiştir- bilinmeyenin karesine eşit olur. Eğer denklemin her iki tarafını bir derece azaltırsak, 0;0,1,20 bilinmeyenin küpü ile az önceki [1;2,48,11,19,51,29,25'in] toplamı, bilinmeyenin kendisine eşit olur.⁴

[4] Eğer 2°'lik kiriş bilinmeyen olarak kabul eder ve karesini 60'a bölersek, sonucun yarısının karesi -ki bu, 0;0,0,15 bilinmeyenin karesinin karesidir- 3/4 bilinmeyenin karesi eksi 1;34,12,16,59,47,14,7 bilinmeyene eşittir. Bu durumda, 0;0,0,15 bilinmeyenin karesinin karesi ile bu miktardaki bilinmeyenin toplamı, 3/4 bilinmeyenin karesine eşit olur. Eğer denklemin her iki tarafına kendi üçte birini ekler ve ardından bir derece azaltırsak, 0;0,0,20 bilinmeyenin küpü ile 2;5,36,22,39,42,58,50'nin toplamı, bilinmeyene eşit olur.⁵

1 Arapça metinde *bilinmeyen* için kullanılan *şey*, kelime anlamı itibarıyla 'varlık/nesne' demektir. Modern öncesi dönem İslam matematik geleneğinde ise *şey* genel olarak 'bilinmeyen niceliksel varlık/nesne' anlamında kullanılmıştır.

2 Modern öncesi dönem İslam matematik geleneğinde bilinmeyenin karesi için kullanılan terim *mâl*'dir.

3 Modern öncesi dönem İslam matematik geleneğinde bilinmeyenin karesinin karesi için kullanılan teknik terim Farsça'da *mâl-i mâl*, Arapça'da ise *mâlu'l-mâl*'dir.

4 Uluğ Bey: Sin 1°'yi bilinmeyen olarak alıp denklem kurmak.

5 Uluğ Bey: 2°'lik kiriş bilinmeyen olarak alıp denklem kurmak.

[5] Diğer bir yöntem şudur: Sin 1°'yi bilinmeyen olarak alalım. Eğer $\frac{1}{4}$ bilinmeyenin karesi artı 0;47,6,8,29,53,37,3,45 bilinmeyişi, bilinmeyenin karesinden çıkarırsak geriye $\frac{3}{4}$ bilinmeyenin karesi eksi bahsi geçen bilinmeyen kalır. Geriye kalan bu miktarı 4 ile çarparsak 3 bilinmeyenin karesi eksi 3;8,24,33,59,34,28,15 bilinmeyen hasıl olur. Bu sonuç 15,0;0 ile çarpıldığında, 45,0;0 bilinmeyenin karesi eksi 47,6;8,29,53,37,3,45 bilinmeyen elde edilir. Bu da bilinmeyenin karesinin karesine eşittir. Yani, 45,0;0 bilinmeyenin karesi, bilinmeyenin karesinin karesi artı yukarıda belirtilen [47,6;8,29,53,37,3,45] bilinmeyeşine eşittir. Denklemin her iki tarafı 45,0;0'a bölünürse, açıkça görülür ki, bilinmeyenin karesi, 0;0,1,20 bilinmeyenin karesinin karesi artı 1;2,48,11,19,51,29,25 bilinmeyeşine eşittir. Her iki taraf bir derece azaltıldığında bir bilinmeyen, 0;0,1,20 bilinmeyenin küpü artı yukarıda belirtilen miktar [1;2,48,11,19,51,29,25] olur.⁶

[6] Eğer 2°'lik kiriş bilinmeyen olarak alırsak ve bilinmeyenin karesinden, $\frac{1}{4}$ bilinmeyenin karesi artı 1;34,12,16,59,47,14,7 bilinmeyenin karesinden çıkarırsak geriye, $\frac{3}{4}$ bilinmeyenin karesi eksi bahsi geçen bilinmeyen kalır. Bu sonuç 4 ile çarpıldığında, sonuç 3 bilinmeyen karesi eksi 6;16,49,7,59,8,56,28 bilinmeyen olur. Bu sonuç 60'ın karesi ile çarpıldığında, sonuç 3,0,0;0 bilinmeyen karesi eksi 6,16,49;7,59,8,56,28 bilinmeyen olur. Bu da bilinmeyenin karesinin karesine eşittir. Böylece, 3,0,0;0 bilinmeyen karesi, bilinmeyenin karesinin karesi artı bahsi geçen [6;16,49,7,59,8,56,28] bilinmeyeşine eşit olur. Bu da demek oluyor ki 1,0,0;0 bilinmeyenin karesi, $\frac{1}{3}$ bilinmeyenin karesinin karesi artı 2,5,36;22,39,42,58,50 bilinmeyeşine eşittir. Eğer denklemin her iki tarafını 60'ın karesine bölersek bilinmeyenin karesi, 0;0,1 bilinmeyenin karesinin karesinin $\frac{1}{3}$ 'ü artı 2;5,36,22,39,42,58,50 bilinmeyeşine eşit olur. Akabinde her iki tarafı bir derece daha azaltırsak açıkça görülür ki bilinmeyen, 0;0,0,20 bilinmeyenin küpü artı yukarıda belirtilen miktar [2;5,36,22,39,42,58,50] olur.⁷

[7] Başka bir yöntem: Sin 1°'nin bilinmeyen olduğunu varsayalım ve onun karesini -ki buna *mâl* denir- 30'a bölelim. Elde edilen kısmı -ki 0;2 bilinmeyeninin karesidir- 60'tan çıkaralım. Sonuç, 60 eksi 0;2 bilinmeyenin karesi olur. Daha sonra bu sonucun karesini -ki bu 1,0,0;0 sayısı artı 0;0,4 bilinmeyenin karesinin karesi eksi 4 bilinmeyen karesi olur- 60'ın karesi olan 1,0,0;0 sayı-

6 Kâşî'nin yöntemi 1: Sin 1°'yi bilinmeyen olarak alıp denklem kurmak.

7 Kâşî'nin yöntemi 2: 2°'lik kiriş bilinmeyen olarak alıp denklem kurmak.

sından çıkaralım. Geriye, 4 bilinmeyen karesi eksi $0;0,4$ bilinmeyen karesinin karesi kalır. Bu da bilinmeyen karesi artı $3;8,24,33,59,34,28,14,29$ bilinmeyene eşittir. Denklemin her iki tarafından bilinmeyen karesini -ki bu onlar için ortaktır- çıkarırsak, 3 bilinmeyen karesi eksi $0;0,4$ bilinmeyen karesinin karesi eşittir bahsi geçen $[3;8,24,33,59,34,28,14,29]$ bilinmeyen kalır. Eğer bahsi geçen $[3;8,24,33,59,34,28,14,29]$ bilinmeyene $0;0,4$ bilinmeyen karesinin karesini eklersek, açıkça görülür ki 3 bilinmeyen karesi, bahsi geçen $[3;8,24,33,59,34,28,14,29]$ bilinmeyen artı $0;0,4$ bilinmeyen karesinin karesine eşittir. Buradan şu sonuç çıkar: Bilinmeyen karesi, $0;0,1,20$ bilinmeyen karesinin karesi artı bahsi geçen $[3;8,24,33,59,34,28,14,29]$ bilinmeyen $1/3$ 'üne, yani $1;2,48,11,19,51,29,25$ 'e eşittir. Eğer denklemin her iki tarafını bir derece azaltırsak, önceki yöntemlerde de görüldüğü üzere bilinmeyen, $0;0,1,20$ bilinmeyen küpü artı bahsi geçen $[1;2,48,11,19,51,29,25]$ olacaktır.⁸

[8] Eğer 2°'lik kirişin bilinmeyen olduğunu varsayıp onun karesini -ki buna *mâl* denir- 60'a bölersek ve elde edilen kısmı -ki bu, $0;1$ bilinmeyen karesidir- 120'den çıkarırsak, geriye $2;0$ eksi $0;1$ bilinmeyen karesi kalır. Daha sonra bunun karesini -ki bu $4.000;0,0$ artı $0;0,1$ bilinmeyen karesinin karesi eksi 4 bilinmeyen karesidir- $4.000;0,0$ sayısından çıkartalım. Sonuç, 4 bilinmeyen karesi eksi $0;0,1$ bilinmeyen karesinin karesi olur. Bu da bilinmeyen karesi artı $6;16,49,7,59,8,56,40,30$ bilinmeyene eşittir. Eğer denklemin her iki tarafından -bu taraflar için ortak olan- bilinmeyen karesini eler ve çıkartılmış olan $0;0,1$ bilinmeyen karesinin karesini denklemin her iki tarafına eklersek, açıkça görülür ki 3 bilinmeyen karesi, $0;0,1$ bilinmeyen karesinin karesi artı bahsi geçen $[6;16,49,7,59,8,56,40,30]$ bilinmeyene eşittir. Eğer denklemin her iki tarafını 3'e bölersek açıkça görülür ki bilinmeyen karesi, $0;0,0,20$ bilinmeyen karesinin karesi artı bahsi geçen $[6;16,49,7,59,8,56,40,30]$ bilinmeyen $1/3$ 'üne yani $2;5,36,22,39,42,58,50$ 'ye eşittir. Eğer denklemin her iki tarafını bir derece eksiltirsek açıkça görülür ki bilinmeyen, $0;0,0,20$ bilinmeyen küpü artı bahsi geçen $[2;5,36,22,39,42,58,50]$ 'ye eşittir.⁹

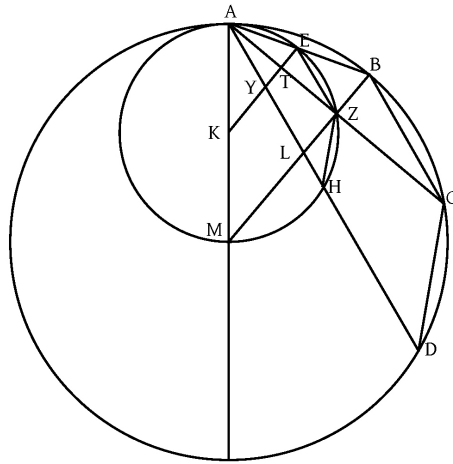
[9] Bütün bunlarla ilgili burhan iki önermeye dayanmaktadır: Birincisi *Almagest*'ten, diğeri ise Öklid'in [*Elementler*'inden] elde edilir. *Almagest*'ten

8 Kâşî'nin yöntemi 3: Sin 1°'yi bilinmeyen olarak alıp denklem kurmak.

9 Kâşî'nin yöntemi 4: 2°'lik kirişi bilinmeyen olarak alıp denklem kurmak.

alınan önerme şudur: Bir çemberin [çevrelediği] herhangi bir dörtgenin karşıt kenar çiftleri çarpıldığında, elde edilen iki çarpımın toplamı, dörtgenin iki köşegeninin çarpımına eşittir. Öklid'in [*Elementler*'inden] alınan önerme ise şudur: Bir çember içinde kesişen herhangi iki kiriş için, bir kirişin iki parçasının çarpımı, diğer kirişin iki parçasının çarpımına eşittir.

[10] Bu iki önermeyi sunduktan sonra, merkezi M noktası olan ABGD çemberini çizelim. Ardından, her biri 2° olan AB, BG ve GD yaylarını işaretleyelim ve AB, BG, GD, AG ve AD kirişlerini birleştirelim. Ayrıca, A [ve] M [noktalarından geçen] çapı çizelim ve K noktasını merkeze alarak AM yarım çemberi çizelim. [Bu yarım çember] AB, AG ve AD kirişlerini E, Z ve H noktalarında ortalar; çünkü M noktasından bu üç noktaya uzanan çaplar, [*Elementler*'in] üçüncü kitabın otuzuncu önermesine göre, bu üç kirişi dik olarak kesmektedir. AE, EZ ve ZH yaylarının her biri küçük çemberin [yani yarım çemberin] iki derecelik yaylarıdır; çünkü bu yayların kirişlerinin küçük çemberin yarıçapına oranı, büyük çemberin yaylarının kirişlerinin onun yarıçapına oranı ile aynıdır. Şimdi, AD kirişiyle L noktasında kesişecek şekilde BZM yarıçapını çizelim. Ayrıca, AZ yayını -merkezden yayın orta noktasına kadar uzatılması hasebiyle- T noktasında yarıya bölen ve AH kirişiyle Y noktasında kesişen KE yarıçapını çizelim. ET, TY'ye eşit olduğu gibi BZ de ZL'ye eşittir; çünkü BAG ve GAD açıları [*Elementler*'in] üçüncü kitabının yirmi altıncı önermesine göre eşittir. AZ doğrusu, [*Elementler*'in] üçüncü kitabının üçüncü önermesine göre EK ve BM doğrularının her ikisinin de dikmesidir.



[11] Böylece, küçük çemberde E ile Z ve Z ile H [noktaları] birleştirilince AEZH dörtgeni meydana gelir. AE [kirişi] $\sin 1^\circ$, AH [kirişi] ise $\sin 3^\circ$ 'dir. Bu nedenle, *Almagest*'teki önermeye göre, AE ile ZH'nin çarpımı -ki bu, AE'nin karesidir- ile AH ile EZ'nin çarpımının toplamı, AZ'nin karesine eşittir. Eğer $\sin 1^\circ$ bilinmeyen olarak kabul edilirse, AEZH dörtgeninde AE ile ZH'nin çarpımı bilinmeyen karesine, EZ ile AH'nin çarpımı ise bilinmeyen çarpı $\sin 3^\circ$ değerine, yani 3;8,24,33,59,34,28,15'e eşit olur. Bu iki çarpımın toplamı da [AEZH dörtgenindeki] AZ çapının karesine eşittir.

[12] Aynı önermeye göre, 2° 'lik kiriş bilinmeyen olarak kabul edildiği takdirde, ABGD dörtgeninde AB ile GD'nin çarpımı bilinmeyen karesine, BG ile AD'nin çarpımı ise bilinmeyen çarpı 6° 'lik kirişin değeri, yani 6;16,49,7,59,8,56,30'a eşittir. Bu iki çarpımın toplamı, [ABGD dörtgenindeki] AG çapının karesine eşittir.

[13] Öklid'in [*Elementler*'indeki] önermeye göre, AT'nin karesi, ET ile küçük çemberin çapı üzerindeki tamamlayıcı parçasının çarpımına eşittir. AE kirişi -ki bu $\sin 1^\circ$ 'dir ve biz bunun bilinmeyen karesi olduğunu varsayıyoruz- ET ile küçük çemberin çapının çarpımına eşittir; çünkü Pisagor teoremine göre, AE'nin karesi, AT'nin karesi ile ET'nin karesinin toplamına eşittir.

[14] Öklid'in [*Elementler*'indeki] aynı önermeye göre, AB'nin karesi -ki bunu bilinmeyen karesi olarak kabul ediyoruz- BZ ile büyük çemberin çapının çarpımına eşittir.

[15] Bu öncüller oluşturulduğuna göre; birinci yöntemde " $\sin 1^\circ$ 'nin karesini -ki buna *mâl* denir- 6° 'a bölelim. Sonucun karesi, $\frac{3}{4}$ bilinmeyen karesi eksi 0;47,6,8,29,53,37,3,45'e eşittir." dendiğini [hatırlayalım].¹⁰ Bunun dayanağı [daha önce] belirtilmişti;¹¹ şöyle ki AE'nin karesi, ET ile küçük çemberin çapının çarpımına eşittir ve -büyük çemberin yarıçapına eşit olması hasebiyle- küçük çemberin çapı 6° 'tır. Bu durumda, Pisagor teoremine göre, bilinmeyen karesinin 6° 'a bölünmesinin sonucu -ki bu, 0;1 bilinmeyen karesidir- ET doğrusunun uzunluğuna eşittir ve ET çizgisinin uzunluğunun karesi -ki bu, 0;0,1 bilinmeyen karesinin karesidir- ile AT'nin karesinin toplamı bilinmeyen karesine eşittir. Öte yandan, AT'nin karesi AZ'nin karesinin $\frac{1}{4}$ 'üdür,

10 Bkz. Paragraf [3]'ün başı.

11 Bkz. Paragraf [11] ve [13].

dolayısıyla bu, $\frac{1}{4}$ bilinmeyen karesi ile AZ'nin karesinin bir parçası olan $\frac{1}{4}$ bilinmeyene, yani $0;47,6,8,29,53,37,3,45$ 'e eşittir. Eğer bu, bilinmeyen karesinden çıkarılırsa, ET çizgisinin karesi, $\frac{3}{4}$ bilinmeyen karesi eksi bahsi geçen $[0;47,6,8,29,53,37,3,45]$ bilinmeyene eşit olur. Geriye kalan işlemler, cebir işlemlerine aşına olan herkes için açıktır.

[16] Şimdi şöyle dendi: “2°'lik kirişi bilinmeyen olarak kabul edelim ve karesini 60'a bölelim, sonucun karesi -ki bu, $0;0,0,15$ bilinmeyen karesinin karesidir- $\frac{3}{4}$ bilinmeyen karesi eksi $1;34,12,16,59,47,14,7$ bilinmeyene eşittir.”¹² Bunun nedeni şudur: AB çizgisinin karesi -ki bu, bilinmeyen karesine eşittir- BZ çizgisi ile büyük çemberin çapının çarpımına eşittir. Bu durumda büyük çemberin yarıçapı olan 60'a bölündüğünde sonuç, $0,1$ bilinmeyen karesi olur ki bu da BZ çizgisinin iki katıdır. Bu nedenle, BZ çizgisi, $0;0,30$ bilinmeyen karesine eşittir ve onun karesi, $0;0,0,15$ bilinmeyen karesinin karesidir. Pisagor teoremine göre, [bu kare] artı AZ [çizgisinin] karesi, bilinmeyen karesine eşittir ve AZ [çizgisinin] karesi bilinmeyen karesinden çıkarıldığında, geriye kalan kesinlikle BZ [çizgisinin] karesine eşit olur. Öte yandan, AZ [çizgisinin] karesi, AG [çizgisinin] karesinin $\frac{1}{4}$ 'üdür ve bu nedenle, $\frac{1}{4}$ bilinmeyen karesi artı AG'nin karesinin bir parçası olan $\frac{1}{4}$ bilinmeyene eşittir. Buradan çıkan sonuca göre BZ'nin karesi -ki $0;0,0,15$ bilinmeyen karesinin karesidir- $\frac{3}{4}$ bilinmeyen karesi artı bahsi geçen $[1;34,12,16,59,47,14,7]$ bilinmeyendir. Kalan işlemler, cebirsel ispatlarla açıklanmıştır.

[17] Şimdi, ikinci yöntemde şöyle denmişti: “Sin 1°'nin bilinmeyen olduğunu varsayalım ve bilinmeyen karesinden, $\frac{1}{4}$ bilinmeyen karesi artı bahsi geçen $[0;47,6,8,29,53,37,3,45]$ bilinmeyi çıkaralım. Geriye, $\frac{3}{4}$ bilinmeyen karesi eksi bahsi geçen $[0;47,6,8,29,53,37,3,45]$ bilinmeyen kalır.”¹³ Şöyle ki AT çizgisinin karesi, $\frac{1}{4}$ AZ çizgisinin karesine eşittir ki bu da, bilinmeyen karesi artı $3;8,24,33,59,34,28,15$ bilinmeyendir. Dolayısıyla, bilinmeyen karesinden, $\frac{1}{4}$ bilinmeyen karesi artı $[3;8,24,33,59,34,28,15]$ bilinmeyen $\frac{1}{4}$ 'ü-yani $0;47,6,8,29,53,37,3,45$ - çıkarıldığında, $\frac{3}{4}$ bilinmeyen karesi eksi bahsi geçen $[0;47,6,8,29,53,37,3,45]$ bilinmeyen kalır ki bu da ET çizgisinin karesine eşittir. Bu, 4 ile çarpıldığında sonuç, 3 bilinmeyen karesi eksi $3;8,24,33,59,34,28,15$ bilinmeyen olur ki bu da EY çizgisinin karesine eşittir. Böylece şu neticeye varmış

¹² Bkz. Paragraf [4]'ün başı.

¹³ Bkz. Paragraf [5]'in başı.

oluruz: ET çizgisi ile küçük çemberin çapının -yani 60'ın- çarpımı bilinmeyen karesine eşittir. Bu durumda, ET'nin iki katı olan EY çizgisi ile küçük çemberin yarıçapı olan 30;0'ın çarpımı yine bilinmeyen karesine eşit olur. Dolayısıyla, EY'nin karesi ile 30;0'ın karesi -yani 15,0;0- çarpıldığında, sonuç 45,0;0 bilinmeyen karesi eksi 47,6;8,29,53,37,3,45 olur ki bu da bilinmeyen karesinin karesine eşittir. Kalan işlemler cebirsel ispatla açıklığa kavuşturulmuştur.

18] Şimdi, şöyle dendi: "2°'lik kirişi bilinmeyen olarak alalım ve bilinmeyen karesinden, $\frac{1}{4}$ bilinmeyen karesi artı bahsi geçen [1;34,12,16,59,47,14,7] bilinmeyi çıkaralım; geriye kalan, $\frac{3}{4}$ bilinmeyen karesi eksi bahsi geçen [1;34,12,16,59,47,14,7] bilinmeyendir."¹⁴ Zira

AZ çizgisinin karesi, $\frac{1}{4}$ AG çizgisinin karesidir; yani, bilinmeyen karesi artı 6;16,49,7,59,8,56,30 bilinmeyendir. Dolayısıyla, bilinmeyen karesinden, $\frac{1}{4}$ bilinmeyen karesi artı $\frac{1}{4}$ [6;16,49,7,59,8,56,30] bilinmeyen -yani 1;34,12,16,59,47,14,7- çıkarıldığında, $\frac{3}{4}$ bilinmeyen karesi eksi bahsi geçen [1;34,12,16,59,47,14,7] bilinmeyen kalır ki bu da BZ çizgisinin karesine eşittir. Bu sonuç 4 ile çarpılırsa, 3 bilinmeyen karesi eksi 6;16,49,7,59,8,56,30 bilinmeyen olur ki bu da BL çizgisinin karesine, yani BZ çizgisinin iki katına eşit olur. Biz, BZ çizgisi ile büyük çemberin çapının -ki bu 120'dir- çarpımının, bilinmeyen karesine eşit olduğunu belirledik. O halde BL çizgisi ile [büyük çemberin] yarıçapının -ki bu 60'tır- çarpımı bilinmeyen karesine eşit olur. BL çizgisinin karesi 60'ın karesiyle çarpıldığında da bilinmeyen karesinin karesine eşit olur. Kalan işlemler açıktır.

19] Şimdi,¹⁵ üçüncü yöntemde "bilinmeyen karesini 30'a bölelim"¹⁶ denmişti. Bu, daha önce açıklandığı gibi EY çizgisinin ölçüsünü belirlemek içindir.¹⁷ "Sonucu 60'tan çıkaralım"¹⁸ denmesinin nedeni, AZ yayının yarım çembere olan tamamlayıcısının kirişini, yani MZ çizgisini belirlemektir. Nitekim AH'nin AB'ye oranının, EY'nin BL'ye oranına eşit olması hasebiyle EY de BZ'ye eşittir. Öte yandan AH, AB'nin yarısı olduğuna göre EY de BL'nin yarısına, yani BZ'ye [eşit olur]. "Geriye kalan değer karesini 60'ın karesinden çıkaralım"¹⁹

14 Bkz. Paragraf [6]'nin başı.

15 Paragraf [7]'deki geometrik ispat burada başlayıp paragraf [22]'ye kadar devam eder.

16 Bkz. Paragraf [7].

17 Bkz. Paragraf [17].

18 Bkz. Paragraf [7].

19 Bkz. Paragraf [7].

denmesi, AZ çizgisinin karesini belirlemek içindir. Çünkü herhangi bir yayın kirişinin karesi ile o yayın yarım çembere olan tamamlayıcısının kirişinin karesinin toplamı, Pisagor teoremine göre çapın karesine eşittir. Buradaki küçük çemberin çapı ise daha önce belirtildiği üzere 60'tır. Bütün bunlar, bu yöntemdeki geometrik hususların açıklamasıydı.

[20] Cebirle ilgili hususların açıklaması şöyledir: Şöyle denmiştir: “60'ın karesi eksi 0;2 bilinmeyen karesi, 1,0,0;0 artı 0;0,4 bilinmeyen karesinin karesi eksi 4 bilinmeyen karesine eşittir.”²⁰ Bunun nedeni şudur: Çünkü cebir ilminde açıkça ortaya konmuştur ki, içinde çıkarma bulunan bir cebirsel ifade kendisiyle çarpıldığında; çıkarma yapılan terimin kendisiyle çarpımı ve çıkarılan terimin kendisiyle çarpımı toplanır; daha sonra, çıkarılan terim ile çıkarma yapılan terimin çarpımı ve çıkarma yapılan terim ile çıkarılan terimin çarpımının toplamı bu toplamdan çıkarılır; geriye kalan, sonucu verir. Dolayısıyla bu ilkeye göre, 60 ile 60'ın çarpımı -ki bu, 1,0,0;0 sayısıdır- ile 0;2 bilinmeyen karesinin kendisiyle çarpımı -ki bu, 0;0,4 bilinmeyen karesidir- toplanır. Sonra, bu toplamdan [şu iki çarpım] çıkarılır: [1] Çıkarma yapılan terimin -yani 60'ın- ve çıkarılan terimin -yani 0;2 bilinmeyen karesinin- çarpımı ki bu, 2 bilinmeyen karesi eder. [2] Bunların ters sıralama ile çarpımı ki bu yine 2 bilinmeyen karesi eder. Sonuç, bahsi geçen ifade olur.

[21] “1,0,0;0 sayısı artı 0;0,4 bilinmeyen karesinin karesi eksi 4 bilinmeyen karesi, 1,0,0;0 sayısından çıkarıldığında, geriye 4 bilinmeyen karesi eksi 0;0,4 bilinmeyen karesinin karesi kalır.”²¹ dendi. Bu, cebir ilminde açıkça ortaya konan şu kurala dayanmaktadır: İçinde çıkarma bulunan bir cebirsel ifade başka bir ifadeden çıkarıldığında, bu ifadedeki çıkarılan terim, eksilene eklenmeli; çıkarma işleminin yapıldığı terim, yani ifadenin tamamı ise eksilenden çıkarılmalıdır. Bu ilkeye göre, çıkarılan terim olan 4 bilinmeyen karesini, eksilen olan 1,0,0;0 sayısına ekleriz. Eksilenin içinde yer alan 1,0,0;0 ifadesi, aynı değerdeki terimin çıkarılmasıyla ortadan kalkar ve geriye 4 bilinmeyen karesi kalır. Bundan 0;0,4 bilinmeyen karesinin karesi çıkarıldığında, ifade edildiği üzere geriye 4 bilinmeyen karesi eksi 0;0,4 bilinmeyen karesinin karesi kalır.

20 Bkz. Paragraf [7].

21 Bkz. Paragraf [7].

[22] Şöyle dendi: “Bu, bilinmeyen karesi artı 3;8,24,33,59,34,28,14,29 bilinmeyene eşittir.”²² Bunun açıklaması şudur: Bu [toplam], AZ çizgisinin karesine eşittir ve daha önce belirtmiş olduğumuz gibi, AZ çizgisinin karesi, bilinmeyen karesi artı bahsi geçen [3;8,24,33,59,34,28,14,29] bilinmeyene eşittir. Geri kalan işlemler açıktır.

[23] Şimdi,²³ “bilinmeyen karesini 60'a bölelim” dendi. Bu, BL çizgisini belirlemek içindir. Tıpkı “sonucu 120'den çıkaralım” denmesinin, AG yayının [yarım çembere] olan tamamlayıcısının kirişini belirlemek için olması gibi. “Elde kalan değer karesini 4,0,0;0 sayısından çıkaralım” denmesinin sebebi ise, AG yayının kirişinin karesini bulmaktır. Çünkü daha önce belirttiğimiz²⁴ gibi [herhangi] bir yayın kirişinin karesi ile o yayın yarı çembere olan tamamlayıcısının kirişinin karesinin toplamı, Pisagor teoremine göre çapın karesine eşittir. Ayrıca, “bu, bilinmeyen karesi artı 6;16,49,7,59,8,56,40,30 bilinmeyene eşittir” şeklindeki ifadenin açıklaması, *Almagest*'teki önermenin açıklanması sırasında verilmiştir. Geri kalan işlemler açıktır.

[24] Sinüsü AE olan yayın, sinüsü AH olan yayın $\frac{1}{3}$ 'ü olduğunu varsaydı-ğımızdan ve yukarıda belirtilen ispatlardan hareketle AE sinüsünün $0;0,1,20$ küpü artı $\frac{1}{3}$ AH sinüsüne eşit olduğu ortaya konduğundan AE sinüsünün üç katı, $0;0,4$ AE sinüsünün küpü artı AH sinüsüne eşittir. Bu durumda, AH sinüsü, AE sinüsünün üç katından, $0;0,4$ AE sinüsünün küpü kadar daha küçüktür. O hâlde, bir yayın sinüsü, kendisinin $\frac{1}{3}$ sinüsünün üç katından, [kendisinin] $\frac{1}{3}$ sinüsünün küpü çarpı $0;0,4$ kadar daha küçüktür.

[25] Şimdi, bilinmesi gereken şeyin -ki bu ya 2° 'lik kiriş ya da $\sin 1^\circ$ 'dir ve biz bunu bilinmeyen olarak belirledik- bilinmeyen küpünün bir kesri ile belirli bir sayının toplamına eşit olduğu ortaya konmuştur. Bu bilinmeyen değeri bulmak için, bilinmeyen küpünün bir kesri ile birlikte bilinmeyene eşit olan sayıya, ‘bilinmeyen güncellenmemiş [değeri]’ adını veririz. Bilinmeyen 2° 'lik kiriş olması durumunda bu [güncellenmemiş değerin] küpünü $0;0,0,20$ ile çarparsınız; $\sin 1^\circ$ olması durumunda ise $0;0,1,20$ ile çarparsınız. Elde edilen çarpımı bilinmeyen güncellenmemiş [değerine] ekleriz ve böylece

22 Bkz. Paragraf [7].

23 Bkz. Paragraf [7].

24 Bu, paragraf [8]'in geometrik ispatından ibarettir.

bilinmeyen için aranan değere yakın [bir değer] elde ederiz. Ardından, bu bilinmeyenin [güncellenmemiş değerinin] küpünü bahsi geçen kesirle [yani ya $0;0,0,20$ ya da $0;0,1,20$ ile] çarpar ve sonucu, bilinmeyenin güncellenmemiş [değerine] ekleriz; böylece bilinmeyen için [aranan değere] daha da yakın başka bir [değer] elde ederiz. Bu işlemi, bilinmeyenin elde edilen [değeri] bir önceki [değere] eşit oluncaya kadar yineleyerek sürdürürüz. Böylece, bilinmeyenin bu [değeri] artık kesinleşmiş ve güncellenmiş bir değer olur ki bu da ya 2^0 'lık giriş ya da $\sin 1^0$ 'dir.

[26] $\sin 1^0$ 'yi bulmak için, bilinmeyenin güncellenmemiş [değeri] olan $1;2,48,11,19,51,29,25$ 'in küpünü aldık ve sonuç $1;8,48,30,23,36,30,42,17,43$ oldu. Ardından, bu küpü $0;0,1,20$ ile çarptık ve çarpım $0;0,1,31,44,40,31,28,41$ oldu. Sonra, bu çarpımı bilinmeyenin güncellenmemiş [değeri] ile topladık ve bu, bilinmeyenin [değerine] yakın bir değer, yani $1;2,49,43,4,32,0,53,41$ oldu. Yine, bilinmeyenin bu yakın [değerinin] küpünü aldık ve sonuç $1;8,53,32,4,3,50,59,14,57$ oldu. Ardından, bu küpü $0;0,1,20$ ile çarptık ve çarpım $0;0,1,31,51,22,45,25,8$ oldu. Sonra, bu çarpımı bilinmeyenin güncellenmemiş [değeri] ile topladık ve bu, bilinmeyenin [değerine] daha yakın bir değer, yani $1;2,49,43,11,14,14,50,8$ oldu. Bu çarpımın küpüne aldık ve $1;8,53,32,26,7,0,22,10$ oldu. Ardından, bu küpü $0;0,1,20$ ile çarptık ve çarpım $0;0,1,31,51,23,14,49,20$ oldu.

Bu çarpımı bilinmeyenin güncellenmemiş [değeri] ile topladık ve bu, bilinmeyene daha da yakın [bir değer, yani] $1;2,49,43,11,14,44,14,20$ oldu. Yine, bu çarpımın küpüne aldık ve $1;8,53,32,26,8,37,5,34$ elde ettik. Ardından, bu küpü $0;0,1,20$ ile çarptık ve çarpım $0;0,1,31,51,23,14,51,29$ oldu. Yine, bu çarpımı bilinmeyenin güncellenmemiş [değeri] ile topladık ve sonuç, istenilen değeri verdi, [yani] bu değer için sabitlenen $1;2,49,43,11,14,44,16$ oldu. Şöyle ki bu sayının küpünü $0;0,1,20$ ile çarpar ve çarpımı bilinmeyenin güncellenmemiş [değeri] ile toplarsak sonuç, herhangi bir farklılık olmaksızın aynı sayıya eşit olacaktır. İşte bu, $\sin 1^0$ 'dir.

Kaynakça

- Aaboe, Asger. "Al-Kashi's Iteration Method for the Determination of Sin 1." *Scripta Mathematica* 20 (1954): 24-29.
- Ahmedov, A., ve B.A. Rosenfeld. "Kto Bil Avtorom «Traktata ob Opređenienii Sinusa Odnogo Gradusa»?" *Obshchestvennyye Nauki v Uzbekistane* 10 (1975): 51-53.
- Ahmedov, A., ve B.A. Rosenfeld. "The mathematical treatise of Ulugh Beg." *Science in Islamic Civilization*. ed.E. İhsanoğlu ve F. Günergun, 143-150. İstanbul: IRCICA, 2000.
- Arslan, Taha Yasin. "A Fifteenth-Century Mamluk Astronomer in the Ottoman Realm: 'Umar al-Dimashqî and his 'Ilm al-Miqat Corpus the Hamidiye 1453." *Nazariyat Journal for the History of Islamic Philosophy and Sciences* 4 (2018): 119-140.
- Bitlisî, İdris. *Heşt bihişt*. İstanbul: Nuruosmaniye Kütüphanesi 3212.
- Çelebi, Kâtib. *Süllemül-vüsûl ilâ tabakât'il-fühûl*. nşr. Ekmeleddin İhsanoğlu vdğr. 6 c. İstanbul: IRCICA, 2010.
- Eshera, Osama. "On the Early Collections of the Works of Ġiyâṭ al-Dīn Jamšīd al-Kāšī." *Journal of Islamic Manuscripts* 13 (2022): 225-262.
- Fazlıoğlu, İhsan. "Miram Čelebi: Maḥmūd ibn Quṭb al-Dīn Muḥammad ibn Muḥammad ibn Mūsā Qāḏizāde." In *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*. ed. Thomas Hockey vdğr. New York: Springer, 2007.
- Hankel, Hermann. *Zur Geschichte der Mathematik in Alterthum und Mittelalter*. Leipzig: Teubner, 1874.
- Kashi, Dzhemshid Giyaseddin al-. *Klyuch Arifmetiki, Traktat ob Okruzhnosti*. ed. V.S. Segal ve A.P. Yushkevich. Arapçadan Rusçaya çev. B.A. Rosenfeld. Açıklamalar: A.P. Yushkevich ve B.A. Rosenfeld. Moscow: Gosudarstvennoe İzdatel'stvo Tehniko-teore-ticheskoi Literaturı, 1956.
- Kâşî, Gıyâseddin Cemşid el-. *Miftâhu'l-hisâb*. Tahran: Melik Kütüphanesi 3180.
- Kâşî, Gıyâseddin Cemşid el-. *Zîc-i Hâkânî. el-Muhîtiyye*. Meşhed: Kitabhâne-yi Merkezi-yi Âstân-i Kuds 5389.
- Kâşî, Gıyâseddin Cemşid el-. *Zîc-i Hâkânî*. İstanbul: Süleymaniye Kütüphanesi, Ayasofya 2692.
- Kâşî, Gıyâseddin Cemşid el-. *Zîc-i Hâkânî*. Londra: British Library, India Office, MS Islamic 430.
- Kusuba, Takanori. "Birjandî: 'Abd al-'Alî ibn Muḥammad ibn Ḥusayn al-Birjandî." *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*. ed. Thomas Hockey vdğr. New York: Springer, 2007.
- Kuşçu, Ali. *Şerh-i Zîc-i Sultânî*. Bursa: İnebey Kütüphanesi, Genel 4318.
- Kuşçu, Ali. *Şerh-i Zîc-i Sultânî*. İstanbul: Millet Kütüphanesi, Ali Emiri 890.
- Kuşçu, Ali. *Şerh-i Zîc-i Sultânî*. İstanbul: Millet Kütüphanesi, Feyzullah Efendi 1342
- Kuşçu, Ali. *Şerh-i Zîc-i Sultânî*. İstanbul: Süleymaniye Kütüphanesi, Carullah Efendi 1493.
- Kuşçu, Ali. *Şerh-i Zîc-i Sultânî*. İstanbul: Süleymaniye Kütüphanesi, Hasan Hüsnü Paşa 1285.
- Kuşçu, Ali. *Şerh-i Zîc-i Sultânî*. İstanbul: Ragıp Paşa Kütüphanesi 928.
- Kuşçu, Ali. *Şerh-i Zîc-i Sultânî*. Necef: Kitabhâne-yi Medrese-yi Âyetullah Burûcerdî 21.
- Kuşçu, Ali. *Şerh-i Zîc-i Sultânî*. Tahran: Kitabhâne-yi Millî 20127.
- Kuşçu, Ali. *Şerh-i Zîc-i Sultânî*. Tahran: Kitabhâne ve Mûze-yi Millî-yi Melik 3420.
- Minorsky, V. ve C.E. Bosworth. "Uzun Ḥasan." *Encyclopaedia of Islam New Edition Online (EI-2 English)*. ed. P. Bearman vdğr. Leiden: Brill, 2012.

- Nikfahm-Khubravan, Sajjad. "Ulugh Beg's Treatise on the Altitude Circle" (yayın aşamasındadır).
- Ragep, F. Jamil. "Qāḍizāde al-Rūmī: Ṣalāḥ al-Dīn Mūsā ibn Muḥammad ibn Maḥmūd al-Rūmī." *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*. ed. Thomas Hockey vdğr. New York: Springer, 2007.
- Rosenfeld, B.A. ve A.P. Yuschkevich. "O Traktate Kazi-Zade ar-Rumi ob Opređenii Sinusa Odnogo Grada." *Istoriko-Matematicheskie Issledovaniya* 13 (1960): 533-538.
- Rosenfeld, B.A. ve Jan P. Hogendijk. "A Mathematical Treatise Written in the Samarqand Observatory of Ulugh Beg." *Zeitschrift für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften* 15 (2003): 25-65.
- Saliba, George. "Al-Qūshjī's Reform of the Ptolemaic Model for Mercury." *Arabic Science and Philosophy* 3 (1993): 161-203.
- Savadi, Fateme. "Marginalia as a Venue of Debate between Qutb al-Dīn al-Shīrāzī and His Student Suh-rāb ibn Amīr al-Ḥājj." *International Qutb al-Dīn al-Shīrāzī Symposium*, Sivas, Turkey, 2021'in yakında yayınlanacak bildiri kitabı.
- Savadi, Fateme. "Negdī ber İstidlāl-i Ruzinfild der Bāb-i İntisāb-i Yek Risāle-yi Riyāzī be Uluğ Beg." *Tarih-i İlm: Iranian Journal for the History of Science* 4 (2006): 85-103.
- Savadi, Fateme. *Risāle fī İstihrāci ceyb derece wāhide, te'lif-i Musa b. Muhammed Kadızāde Rūmī*. Tahran: Mīrās-i Mektūb, 2009.
- Savadi, Fateme. "Risāle-i Fārisī der Bāre-yi Muhāsibe-yi Ceyb-i Yek Derece." *Tarih-i İlm: Iranian Journal for the History of Science* 6 (2009): 69-104.
- Sédillot, L.P.E.A. "De l'Algèbre chez les Arabes." *Journal asiatique* 5 (1853): 323-356.
- Sédillot, L.P.E.A. *Prolégomènes des Tables Astronomiques d'Oloug-Beg*. Paris: Typographie de Firmin Didot Frères, 1847.
- Sezgin, Fuat. *Islamic Mathematics and Astronomy*. c. 25, 52, 55, 56. Frankfurt am Main: Institut für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften, 1997-1998.
- Schoy, Carl. "Beiträge zur Arabischen Trigonometrie." *Isis* 5 (1923): 364-399.
- Subtelny, Maria E. "Alī Shīr Navā'ī." In *Encyclopaedia of Islam Three Online*. ed. K. Fleet, G. Krämer, D. Matringe, J. Nawas ve D. J. Stewart. Leiden: Brill, 2011.
- Taşköprizāde, Ahmed b. Mustafa. *eş-Şekāiku'n-Nu'māniyye fī ulemā'il-Devleti'l-Usmāniyye*. Beyrut: Dār-ru'l-Kitābī'l-Arabī, 1975.
- Toomer, G.J. *Ptolemy's Almagest*. Princeton: Princeton University Press, 1998.
- Uluğ Bey, *Zic-i Sultānī*. Hyderabad: Salar Jung 41.
- Uluğ Bey. *Zic-i Sultānī*. İstanbul: Topkapı Sarayı Kütüphanesi, Revan 1714.
- Umut, Hasan. "Theoretical Astronomy in the Early Modern Ottoman Empire: 'Alī al-Qūshjī's *al-Risāla al-Fatḥiyya*." Montreal: McGill University, Doktora Tezi, 2020.
- Urunbaev, A. *Nāmeḥā-yi Destnivīs-i Cāmī*. Kabul: Matbaa-yi Devletī, 1364 [1985-86].
- Woepcke, F. "Discussion de Deux Méthodes Arabes Pour Déterminer une Valeur Approchée de Sin 1°." *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées* 19 (1854): 153-176, 301-303.
- Zeki, Salih. *Āsār-ı Bākiye*. İstanbul: Matbaa-i Âmire, 1913.